

## ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS COEFICIENTES DE RASMUSSEN PARA LA ECONOMÍA REGIONAL, MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT PARA LA ECONOMÍA CHILENA, BASE 1996

*Oswaldo Pino Arriagada*  
*Doctor en Economía*  
*Walter Illanes Hidalgo*  
*Ingeniero Comercial*

### RESUMEN

El objetivo de este trabajo es realizar un análisis exploratorio de los coeficientes de Rasmussen para la economía regional, mediante la utilización de las tablas input-output (73 x 73 sectores) de la economía nacional, recientemente publicadas por el Banco Central; se procede a estimar de la matriz inversa, calcular los Multiplicadores de la producción; Multiplicadores de la expansión uniforme de la demanda y, finalmente, construir sobre esta base los índices de Poder de Dispersión y Sensibilidad de Dispersión, conceptos que permiten cuantificar la naturaleza de los eslabonamientos sectoriales, hacia delante y hacia atrás (forward and backward linkages). Posteriormente se caracterizan estas actividades en sectores claves, estratégicos, impulsores, islas. La presentación de los resultados se realiza en base a un conjunto de tablas, que persiguen entregar una visión de los eslabonamientos intersectoriales de las actividades gravitatorias de la economía regional.

### INTRODUCCIÓN

Con frecuencia, cuando se planifica la construcción de grandes empresas, la realización de megaeventos, una variación en las exportaciones, reducción del gasto público y/o privado u ocurre el cierre de una determinada empresa o actividad etc., se plantea la necesidad de cuantificar los efectos económicos que se derivarán para la comunidad; dichos efectos económicos derivados se denominan *impactos*. Para llevar a cabo este tipo de cuantificaciones,

el análisis input-output dispone de un instrumento clásico denominado *análisis de los multiplicadores*, los que se calculan en términos de la producción, la renta y el empleo. Si bien el concepto multiplicador en la literatura económica se asocia a R.F. Kahn, es J.M. Keynes, en su *"Teoría general"* (1936)<sup>1</sup>, quien definitivamente introduce el concepto definido como la relación entre un efecto económico y la causa que lo produce.

La importancia del concepto radica en que el multiplicador resulta un factor por el que hay que multiplicar la variación inicial, para obtener el correspondiente efecto o, dicho de otra forma, el factor que transforma el efecto directo en efecto total.

En el marco del análisis input-output, el concepto multiplicador (regionales) de la producción desarrollado a partir del Modelo I-O de Leontief por Moore y Petersen (1953) se define como el incremento de la producción (o si lo prefiere, de las ventas o de las transacciones) originado en todos los sectores como consecuencia de un incremento de una unidad monetaria en la demanda final del sector considerado. Si para un sector dado, el multiplicador de la producción es de 1,3, esto significa que un incremento de \$100, provocado en la demanda final de ese sector, a través, por ejemplo, de un aumento de las exportaciones de una empresa *x*, se traduce en un aumento total de producción, para todo el sistema económico de \$130. Representando \$100 los denominados efectos directos del incremento de la demanda final sobre la producción; es decir, lo que el sector requiere de insumos adicionales, de sí mismo y de los demás para poder generar la variación correspondiente en su producción, y \$30 los denominados efectos indirectos que se producen por el hecho de que los sectores al ser movidos a producir insumos para el sector que enfrenta el cambio, también requiere de insumos de otros sectores para producir estas nuevas cantidades.

El presente trabajo desarrolla la propuesta de Rasmussen (Poder y sensibilidad de dispersión), que permite identificar los sectores claves, estratégicos, impulsores del crecimiento e islas de la economía, con base a un enfoque de demanda y sus multiplicadores de producción y de una expansión uniforme de la demanda. Por esta razón, no serán analizados los multiplicadores de renta y empleo.<sup>2</sup> Así como, el Modelo de Oferta de Leontief, conocido también como Modelo de Ghosh.<sup>3</sup>

Los resultados que se presentan no han sido obtenidos a partir de una matriz input-output regional, se construyen sobre la base de los índices del país, los cuales se extrapolan en calidad de representativos para analizar la estructura económica de la región, y más particularmente, de las actividades manufactureras.

<sup>1</sup> Sin embargo, necesario es destacar las diferencias, como lo señalara el propio Keynes "El multiplicador de Kahn es un poco diferente a éste, siendo lo que podemos denominar el *multiplicador de ocupación*, designado por *k'*, ya que mide la relación del aumento de ocupación total derivado de un incremento determinado de ocupación primaria en las industrias de inversión." J. M. Keynes *Teoría general de la ocupación el interés y el dinero*. Fondo de Cultura Económica 7<sup>o</sup> Edición.

<sup>2</sup> La teoría distingue para los multiplicadores de ingreso y empleo los modelos abierto y cerrado. (Tipo I y Tipo II), en función del carácter exógeno o endógeno que se le asigne a la actividad económica de las familias. Para los modelos cerrados o tipo II el comportamiento económico de las familias queda endogenizado trasladando a la matriz de transacciones intersectoriales la columna de consumos familiares desde la demanda final.

<sup>3</sup> En el Modelo de Ghosh, los coeficientes se construyen en horizontal, en lugar de vertical, y la variable estratégica definida exogenamente al modelo es el valor agregado y no la demanda final característica para el enfoque de demanda.



## ANÁLISIS DE EFECTOS MULTIPLICADORES

Los multiplicadores respectivos para un enfoque de demanda se pueden definir de la siguiente manera: Multiplicador de la producción y Multiplicador de una expansión uniforme de la demanda.

### Multiplicador de la producción

Define el efecto final sobre *todos los sectores* de un incremento de una unidad en la demanda final del sector  $j$ . Su expresión indistintamente, es la siguiente:

$$O_j^\infty = \sum_i \infty_{ij} \quad O^\infty = i' (I - A)^{-1}$$

donde  $j$  es la  $j$ -ésima columna de la matriz inversa. Expresado de otra manera, simplemente se trata de la sumatoria de las variaciones que experimenta el Valor Bruto de la Producción, ante distintos requerimientos de demanda.

### Multiplicador de una expansión uniforme de la demanda

Define el efecto final sobre la producción de *un sector  $i$*  de un incremento de una unidad en la demanda final de todos los sectores. Su expresión indistintamente, es la siguiente:

$$T_j^\infty = \sum_i \infty_{ij} \quad T^\infty = (I - A)^{-1} i$$

donde  $i$  es la  $i$ -ésima fila de la matriz inversa

En el enfoque de oferta, los multiplicadores de oferta ó de oferta de inputs y de una expansión uniforme de inputs, respectivamente en sus expresiones matriciales se definen como:

$$O^\delta = [I - D]^{-1} i \quad T^\infty = i' (I - D)^{-1}$$

## RASMUSSEN: PODER Y SENSIBILIDAD DE DISPERSIÓN

El autor, sobre la base de los multiplicadores recién definidos, propone el cálculo de dos índices que permiten detectar los efectos relativos de "ligazón", "arrastre" hacia atrás o hacia adelante de un sector, independiente del tamaño de éste.

Pero antes de introducir la definición formal de tales índices, es oportuno establecer algunas precisiones conceptuales, señalar qué es lo que entenderemos por efectos de arrastre "hacia atrás" y "hacia adelante"<sup>4</sup>.

- El efecto de arrastre *hacia atrás*, se define como la cadena de efectos que va produciéndose hacia los proveedores, producto de mayores necesidades de insumos intermedios.
- El efecto de arrastre *hacia adelante*, se define como el impacto que mayores producciones tienen sobre las posibilidades de compra de los sectores clientes.

<sup>4</sup> Pulido A., Fontela E., *Análisis Input-Output Modelo Datos y Aplicaciones*, Ediciones Pirámide S.A. 1993, Madrid, España.

En este sentido, los presentados con anterioridad, los multiplicador de: producción, del modelo de demanda y de oferta de inputs, del modelo de oferta, los que, en sus expresiones escalares se definen respectivamente como:

$$O_j^\alpha = \alpha_{ij} \quad O_i^\delta = \delta_{ij}$$

miden en forma inmediata respectivamente el backward linkage y forward linkage. Es decir, permiten la identificación de los sectores claves de la economía, los cuales, que se vinculan con un alto efecto multiplicador en demanda y/o oferta, dado que representan un elevado impacto a través de las compras que realiza a otros sectores y/o mediante la influencia en los suministros a otros sectores.

### Poder de Dispersión

Según Rasmussen "el índice de poder de dispersión describe la extensión relativa sobre la que un aumento de la demanda final de los productos de la industria  $j$  se dispersa a través del sistema de industrias". En otras palabras, es la extensión o alcance que una expansión de la industria  $j$ , provoca sobre el sistema de industrias. Su expresión matemática, es la siguiente:

$$PD_j = \frac{\frac{1}{n_i} \alpha_{ij}}{\frac{1}{n^2} \alpha_{ij}}$$

donde el numerador es la proporción del multiplicador de la producción por industria (no ponderado) y, el denominador, la media global (promedio de las medias sectoriales) que sirve para normalizar los resultados y facilitar las comparaciones intersectoriales. Si  $PD_j > 1$ , significa que los requisitos de inputs intermedios generados por un aumento unitario de la demanda final del sector  $j$ -ésimo son mayores para este sector que para la media de la economía y, por lo tanto, que se trata de un sector con un fuerte poder relativo de arrastre hacia atrás sobre el sistema productivo.

### Sensibilidad de Dispersión

Según Rasmussen, "expresa la extensión o medida en que el sistema de industrias pesa sobre la industria  $i$ ". En otros términos, es la medida en que la industria  $i$  es afectada por una expansión en el sistema de industrias. Su expresión analítica, es la siguiente:

$$SD_i = \frac{\frac{1}{n_j} \alpha_{ij}}{\frac{1}{n^2} \alpha_{ij}}$$

donde el numerador es la proporción del multiplicador de una expansión uniforme de la demanda por industria (no ponderado) y, el denominador, la media global. Si  $SD_i > 1$  indica que el sector  $i$ -ésimo expande su producción intermedia en mayor proporción que la media del sistema productivo cuando la demanda final de todos los sectores aumenta en una unidad y que, por lo tanto, se trata de un sector con un fuerte efecto de arrastre hacia adelante.

El valor que resulta del cálculo individual de estos índices, así como también, de la apreciación combinada de ambos, permite clasificar los sectores de la economía en:

- **Claves:** cuando el efecto de arrastre es superior a la media tanto de un sector cualquiera sobre otros sectores, como de otros sectores sobre él. Tal condición se cumplirá para:

$$PD_j > 1 \quad y \quad SD_i > 1$$

- **Estratégicos:** cuando el efecto de arrastre es inferior a la media de un sector cualquiera sobre otros sectores, pero mayor a esta, en el efecto de otros sectores sobre él. La denominación de "estratégicos", apunta al hecho de que son sectores que pueden constituir posibles estrangulamientos del sistema económico. Tal condición se cumplirá para:

$$PD_j < 1 \quad y \quad SD_i > 1$$

- **Impulsores de la economía:** cuando el efecto de arrastre es superior a la media de un sector cualquiera sobre otros sectores, pero inferior a ésta, en el efecto de otros sectores sobre él. Es decir, produce efectos mayores sobre la economía que los efectos que se centran en él. Tal condición se cumplirá para:

$$PD_j > 1 \quad y \quad SD_i < 1$$

- **Islas:** ramas de actividad para las cuales ambos índices son menores a la media. Son sectores poco importantes, dado que no provocan efectos de arrastre significativos en el sistema económico, ni reaccionan en forma importante ante el efecto de arrastre provocado por variaciones en la demanda de otros sectores. Tal condición se cumplirá para:

$$PD_j < 1 \quad y \quad SD_i < 1$$

## OBTENCIÓN DE LA MATRIZ INVERSA PARA LA ECONOMÍA CHILENA AÑO 1996

En la definición de los parámetros requeridos para el análisis de los multiplicadores y los índices de Poder y Sensibilidad de Dispersión de Rasmussen, se encuentra un elemento prioritario y del cual se desprenden todos los cálculos posteriores: la Matriz Inversa Insumo-Producto. Dicha matriz se obtiene de las tablas de Absorción y Producción de la economía Chilena base 1996, resultados que forman parte del ejercicio *Nuevo Año Base* necesario para la actualización de las estadísticas económicas.

De acuerdo a este esquema, el cálculo de matriz inversa difiere de lo tradicional. En reemplazo de una matriz de industria por industria, ahora ésta se construye en base a dos matrices iniciales: las ya mencionadas matrices de absorción y de producción.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Venegas, J.; Una Matriz Insumo Producto inversa de la economía chilena 1986., Serie de estudios económicos Banco Central de Chile.



*Estructura de variables para Matriz de Absorción*

	Industrias	Demanda Final	Utilización Total
Productos	$U$	$e$	$q$
Valor Agregado	$Y$		
Producción p.b.	${}^t g$		

*Estructura de variables para Matriz de Producción*

	Productos	Total
Industrias	$V$	$g$
Producción Bruta p.b.	${}^t q$	

En base a estas tablas se procede al cálculo de los respectivos coeficientes técnicos  $B$  y  $D$ .

$$B = \frac{u_{ij}}{g_j} \quad D = \frac{v_{ij}}{{}^t q_j}$$

Donde,

- $u_{ij}$  = elementos  $u_{ij}$  del cuadrante de consumo intermedio  $U$
- $g_j$  = producción bruta precios básicos por industria
- $v_{ij}$  = elementos  $v_{ij}$  de la matriz de producción  $V$
- ${}^t q_j$  = producción bruta precios básicos por mercancía

A continuación y dado la naturaleza del nuevo enfoque, la inversión de la matriz requiere del establecimiento de ciertas hipótesis de tecnología de producción, que para el caso será la

hipótesis de tecnología de industria; la elección de esta tecnología atiende a razones puramente técnicas entre las cuales la más relevante, es la obtención del cálculo de la inversa sin coeficientes negativos. Elegida la hipótesis, el cálculo de la inversa se define de la siguiente manera:

$$q = (I-BD)^{-1}e$$

Para una tabla simétrica de mercancía por mercancía, y

$$g = (I-BD)^{-1}De$$

Para una tabla simétrica de industria por industria (Ver anexo n°1)

Se eligió la tabla mercancía por mercancía y se determinó la matriz inversa a través del procedimiento conocido como Inversa por Aproximación de una serie de potencias (Ver Anexo N°2).

## RESULTADOS

1. Tabla de Índices de Poder y Sensibilidad de Dispersión para la economía nacional base 1996.
2. Distribución de actividades país según índices de Rasmussen.
3. Tabla de Índices de Poder de dispersión y Sensibilidad de dispersión para las actividades manufactureras presentes en la Octava Región, según tipo de arrastre, y estimación de su participación porcentual en el producto regional 1996.  
Multiplicadores de Producción y de una Expansión uniforme de la demanda para el Sector Manufacturero Nacional 1996

*Tabla 1. Índices de Rasmussen  
Índices de poder y sensibilidad de dispersión para la economía Chilena*

Nº	Ramas	Poder de Dispersión	Sensibilidad de Dispersión
1	Agricultura	0.99	2.607
2	Fruticultura	0.82	0.979
3	Ganadería	1.11	1.694
4	Silvicultura	0.91	0.831
5	Pesca extractiva	0.75	0.786
6	Extracción de carbón	0.99	1.102
7	Extracción de petróleo	0.99	0.942
8	Minería del hierro	0.89	0.713
9	Minería del cobre	0.82	1.467
10	Otras actividades mineras	1.10	1.040
11	Producción de carnes	1.06	0.657
12	Industria pesquera	0.94	0.992
13	Elaboración de conservas	1.49	1.204
14	Elaboración de aceite	1.26	0.739
15	Industria de la leche	1.27	0.656
16	Molinería	1.16	0.809
17	Elaboración de alimentos para animales	1.15	0.799
18	Panaderías	1.40	1.015
19	Azúcar	1.42	0.842
20	Elaboración de productos alimenticios diversos	1.18	0.794
21	Elaboración de alcoholes y licores	1.47	0.794
22	Elaboración de vinos	1.39	0.711
23	Elaboración de cerveza	1.24	0.688
24	Elaboración de bebidas no alcohólicas	1.06	0.623
25	Elaboración de productos del tabaco	0.95	1.275
26	Fabricación de productos textiles	1.12	0.670
27	Fabricación de prendas de vestir	1.48	1.036
28	Elaboración de cuero y sus productos	1.37	0.643
29	Fabricación de calzado	1.02	0.935
30	Producción de madera y sus productos	1.12	0.639
31	Fabricación de papel	1.02	1.315
32	Imprentas y editoriales	1.09	0.958
33	Elaboración de combustible	0.93	1.239
34	Fabricación de sustancias químicas básicas	0.92	1.165
35	Fabricación de otros productos químicos	0.91	2.386
36	Fabricación de productos de caucho	0.98	0.879
37	Fabricación de productos de plástico	0.96	1.106
38	Fabricación de vidrio y sus productos	1.04	0.617
39	Fabricación de otros productos minerales no metálicos	0.84	0.749
40	Industrias básicas de hierro y acero	1.04	0.822
41	Industrias básicas de metales no ferrosos	1.00	1.660
42	Fabricación de productos metálicos	1.11	1.208
43	Fabricación de maquinaria y equipo no eléctrico	1.02	0.716



Nº	Ramas	Poder de Dispersión	Sensibilidad de Dispersión
44	Fabricación de maquinaria y equipo eléctrico	1.01	0.816
45	Fabricación de equipo de transporte	0.92	0.856
46	Fabricación de muebles	0.99	0.625
47	Otras industrias manufactureras	1.01	0.653
48	Suministro de electricidad	1.07	2.246
49	Suministro de gas	1.09	0.638
50	Suministro de agua	1.07	0.683
51	Construcción	1.05	1.140
52	Comercio	0.89	3.884
53	Hoteles	1.45	0.770
54	Restaurantes	1.07	0.709
55	Transporte ferroviario	0.95	0.701
56	Otro transporte terrestre de pasajeros	1.04	2.248
57	Transporte camionero carga	0.95	0.822
58	Transporte marítimo	0.81	1.000
59	Transporte aéreo	0.91	0.778
60	Actividades conexas de transporte	0.95	0.879
61	Comunicaciones	0.75	0.971
62	Intermediación financiera	0.70	1.001
63	Compañías de seguros	0.79	0.821
64	Actividades inmobiliarias	0.73	1.251
65	Actividades de servicios empresariales	0.91	2.763
66	Propiedad de vivienda	0.80	0.604
67	Administración pública	0.72	0.616
68	Educación pública	0.77	0.637
69	Educación privada	0.89	0.606
70	Salud pública	0.82	0.621
71	Salud privada	1.10	0.713
72	Actividades de esparcimiento	0.94	0.627
73	Otras actividades de servicios	1.09	0.818

Tabla 2. Distribución de actividades país según índices de Rasmussen

Clave	Estratégicos
1 Ganadería	Agricultura
2 Otras actividades mineras	Extracción de carbón
3 Elaboración de conservas	Minería del cobre
4 Panaderías	Elaboración de productos del tabaco
5 Fabricación de prendas de vestir	Elaboración de combustible
6 Fabricación de papel	Fabricación de sustancias químicas básicas
7 Industrias básicas de metales no ferrosos	Fabricación de otros productos químicos

Clave	Estratégicos
8 Fabricación de productos metálicos	Fabricación de productos de plástico
9 Suministro de electricidad	Comercio
10 Construcción	Transporte marítimo
11 Otro transporte terrestre de pasajeros	Intermediación financiera
12	Actividades inmobiliarias
13	Actividades de servicios empresariales

Impulsores de Crecimiento	Islas
1 Producción de carnes	Fruticultura
2 Elaboración de aceite	Silvicultura
3 Industria de la leche	Pesca extractiva
4 Molinería	Extracción de petróleo
5 Elaboración de alimentos para animales	Minería del hierro
6 Azúcar	Industria pesquera
7 Elaboración de productos alimenticios diversos	Fabricación de productos de caucho
8 Elaboración de alcoholes y licores	Fabricación de otros productos minerales no metálicos
9 Elaboración de vinos	Fabricación de equipo de transporte
10 Elaboración de cerveza	Fabricación de muebles
11 Elaboración de bebidas no alcohólicas	Transporte ferroviario
12 Fabricación de productos textiles	Transporte camionero carga
13 Elaboración de cuero y sus productos	Transporte aéreo
14 Fabricación de calzado	Actividades conexas de transporte
15 Producción de madera y sus productos	Comunicaciones
16 Imprentas y editoriales	Compañías de seguros
17 Fabricación de vidrio y sus productos	Propiedad de vivienda
18 Industrias básicas de hierro y acero	Administración pública
19 Fabricación de maquinaria y equipo no eléctrico	Educación pública
20 Fabricación de maquinaria y equipo eléctrico	Educación privada
21 Otras industrias manufactureras	Salud pública
22 Suministro de gas	Actividades de esparcimiento
23 Suministro de agua	
24 Hoteles	
25 Restaurantes	
26 Salud privada	
27 Otras actividades de servicios	



**Tabla 3. Índices de Rasmussen**  
*Índices de poder de dispersión y sensibilidad de dispersión para las actividades manufactureras presentes en la Octava Región; Tipo de Arrastre y Participación % en el producto manufacturero de la VIII Región.*

C: Sector Clave E: Sector Estratégico IC: Sector Impulsor de Crecimiento I: Sector Isla

Ramas	Poder de Dispersión	Sensibilidad de Dispersión	Tipo de Arrastre	Part. % en Producto Manuf. Reg.
11 Producción de carnes	1,058	0,657	IC	0,637%
12 Industria pesquera	0,938	0,992	I	2,422%
13 Elaboración de conservas	1,489	1,204	C	1,561%
14 Elaboración de aceite	1,262	0,739	IC	10,935%
15 Industria de la leche	1,272	0,656	IC	1,563%
16 Molinería	1,155	0,809	IC	0,618%
17 Elaboración de alimentos para animales	1,154	0,799	IC	1,538%
18 Panaderías	1,401	1,015	C	0,836%
19 Azúcar	1,419	0,842	IC	2,076%
20 Elaboración de productos alimenticios diversos	1,181	0,794	IC	0,061%
21 Elaboración de alcoholes y licores	1,473	0,794	IC	0,020%
22 Elaboración de vinos	1,391	0,711	IC	0,079%
23 Elaboración de cerveza	1,239	0,688	IC	0,413%
24 Elaboración de bebidas no alcohólicas	1,057	0,623	IC	1,282%
25 Elaboración de productos del tabaco	0,949	1,275	E	0,000%
26 Fabricación de productos textiles	1,118	0,670	IC	1,668%
27 Fabricación de prendas de vestir	1,477	1,036	C	0,103%
28 Elaboración de cuero y sus productos	1,372	0,643	C	0,046%
29 Fabricación de calzado	1,020	0,935	IC	0,742%
30 Producción de madera y sus productos	1,120	0,639	IC	15,663%
31 Fabricación de papel	1,021	1,315	C	13,977%
32 Imprentas y editoriales	1,091	0,958	IC	0,194%
33 Elaboración de combustible	0,931	1,239	E	22,108%
34 Fabricación de sustancias químicas básicas	0,922	1,165	E	1,456%
35 Fabricación de otros productos químicos	0,907	2,386	E	1,955%
36 Fabricación de productos de caucho	0,976	0,879	I	0,000%
37 Fabricación de productos de plástico	0,958	1,106	E	0,056%
38 Fabricación de vidrio y sus productos	1,036	0,617	IC	0,325%
39 Fabricación de otros productos minerales no metálicos	0,836	0,749	I	2,626%
40 Industrias básicas de hierro y acero	1,041	0,822	IC	6,913%
41 Industrias básicas de metales no ferrosos	1,002	1,660	C	0,000%
42 Fabricación de productos metálicos	1,105	1,208	C	3,153%
43 Fabricación de maquinaria y equipo no eléctrico	1,017	0,716	IC	1,479%
44 Fabricación de maquinaria y equipo eléctrico	1,012	0,816	IC	0,000%
45 Fabricación de equipo de transporte	0,922	0,856	I	3,135%
46 Fabricación de muebles	0,986	0,625	I	0,319%
47 Otras industrias manufactureras	1,013	0,653	IC	0,041%

Nota: Datos de estimación propia, en base a información ENIA regional 1996.

Gráfico 1. Estructura del Aparato Manufacturero Regional, según clasificación de Rasmussen

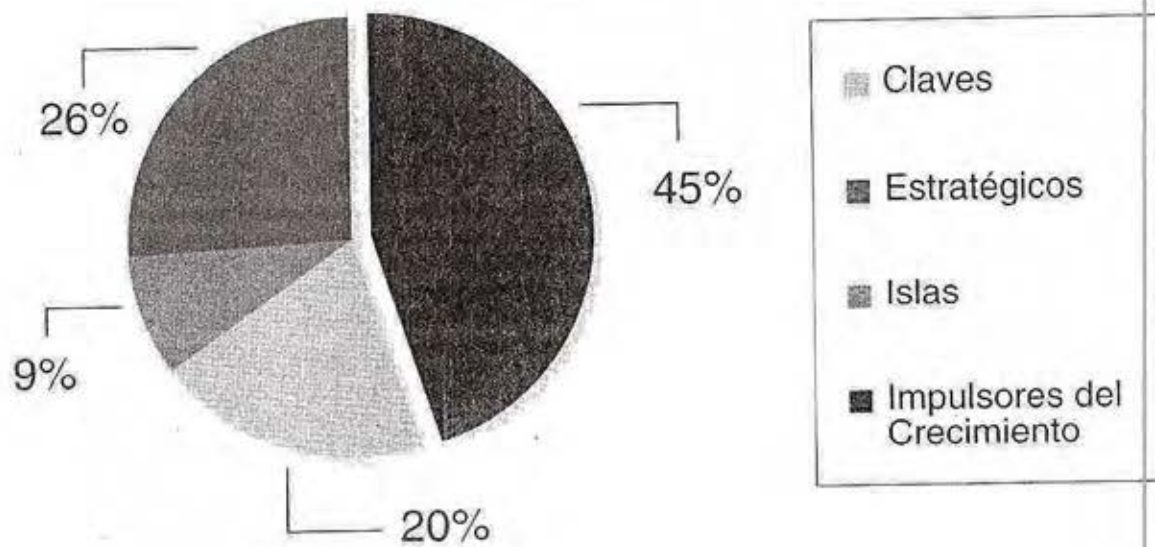


Tabla 4. Multiplicadores de Producción y de una Expansión uniforme de la demanda para el Sector Manufacturero Nacional 1996

A = Multiplicador de la producción  
 B = Sector  
 C = Multiplicador de una expansión uniforme de la demanda

A	1.751	1.551	2.463	2.089	2.105	1.912	1.910	2.318
B	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
C	1.088	1.641	1.992	1.222	1.085	1.339	1.322	1.680

A	2.348	1.955	2.437	2.302	2.050	1.749	1.570	1.851
B	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>
C	1.393	1.314	1.314	1.177	1.138	1.032	2.110	1.109

A	2.444	2.270	1.688	1.854	1.690	1.806	1.540	1.526
B	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>
C	1.714	1.064	1.548	1.057	2.176	1.585	2.050	1.928

A	1.501	1.616	1.585	1.714	1.383	1.723	1.658	1.829
B	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>
C	3.948	1.454	1.830	1.021	1.240	1.360	2.747	1.999

A	1.683	1.675	1.525	1.631	1.676
B	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>
C	1.185	1.350	1.416	1.034	1.080



## CONCLUSIONES

La serie de tablas anteriormente enunciadas, que de hecho constituyen los objetivos perseguidos por el presente trabajo, suponen un soporte estadístico para el análisis del funcionamiento económico regional y proporcionan información básica para el estudio de su estructura económica.

La producción de la actividad manufacturera regional, que representa un 35,52% del PIB regional (Anexo 3) es generada en un 20% por actividades claves, 46% por sectores impulsores de crecimiento, 25% por sectores estratégicos y 9% por sectores islas (Gráfico 1). Es decir el 65% del producto se genera en actividades (claves e impulsores de crecimiento) con capacidad de ser motores de la actividad productiva, reflejado en su alto poder de dispersión. Son actividades consumidoras de una diversidad de insumos para su producciones, y por ende, sus efectos multiplicadores se caracterizan por ser altos. En términos del cuadrante de consumos interindustriales implica un alto nivel de relaciones de compra venta, con el resto del aparato productivo.

El 19,63% del PIB manufacturero regional, generado por actividades claves, poseen capacidad de arrastre hacia atrás y hacia delante por sobre la media. Siendo estos sectores en orden de importancia Fabricación de papel (13,977%), Fabricación de productos metálicos (3,153%), Elaboración de conservas (1,561%), Panaderías (0,836%) y Fabricación de prendas de vestir con un (0,103%). (Tabla 3 ).

Además, es importante destacar que las actividades claves se caracterizan porque dentro de las actividades manufactureras de la región, éstas presentan un alto nivel de ocupación. Exceptuando la actividad "Fabricación de prendas de vestir", con una ocupación media de 344 plazas de trabajo, las restantes - Fabricación de papel con 2.472, productos metálicos 2.163, Elaboración de conservas 2.425 y Panaderías 2.250- se encuentran dentro de las 10 actividades más importantes en relación con la generación de empleo.<sup>6</sup>

Por otro lado, del análisis de los *multiplicadores de la producción* se confirma la necesidad de focalizar las acciones reactivadoras en estos sectores, dado el alto nivel de los multiplicadores que van desde 1,69 a 2,463 permitiendo prever en promedio un impacto mayor en la cadena productiva, del que resultaría de alteraciones de demanda para otros sectores cuyos multiplicadores superan escasamente la unidad. Destacan las actividades "Elaboración de conservas", "Panaderías" y "Fabricación de prendas de vestir" con los más altos multiplicadores de las actividades manufactureras. Respectivamente, 2,463; 2,318 y 2,444 (Tabla 4).

Los sectores estratégicos, que representan el 25% del producto manufacturero regional, deben ser estudiados en el sentido de ser actividades con potencialidad de generar estrangulamiento, que se origina por el hecho de que la capacidad de respuesta del sector ante variaciones en la demanda de sus clientes es mayor, que la capacidad de respuesta de éste, en términos de arrastre hacia atrás. Constituyen el posible cuello de botella de la economía.

<sup>6</sup> ENIA 1996.

## ANEXOS

## Anexo N° 1: Desarrollo Matemático Hipótesis de tecnología de industrias

## Demostración

- $q$  = Vector columna de las producciones brutas de bienes y servicios  $i$ . La transformación de  $q$  en matriz diagonal es  ${}^d q$ .
- $B$  = Matriz de  $n \times n$  elementos de coeficientes técnicos  $b_{ij}$  de absorción por industria, donde  $b$  es el valor de los insumos  $i$  utilizados por la rama de actividad  $j$  para obtener una unidad de producción

$$B = \frac{u_{ij}}{g_j} \qquad D = \frac{v_{ij}}{{}^d q_j}$$

$D$  = Matriz de producción

${}^d g$  = matriz diagonal de los elementos del vector columna  $g$

Conocido:

$$q = B {}^{*d} g + e \qquad g = D {}^{*d} q$$

reemplazando  $g$  en  $q$  se tiene,

$$q = B D {}^{*d} q + e \qquad q = (1 - B D) {}^{-1} e \qquad q - B D {}^{*d} q = e$$

$$q = (1 - B D) {}^{-1} e$$

reemplazando  $q$  en  $g$  obtenida se tiene

$$g = D (1 - B D) {}^{-1} e$$

Para Una tabla mercancía por mercancía

$$g = (1 - B D) {}^{-1} e$$

para una tabla industria por industria.



**Anexo N° 2: Inversa por aproximación de una serie de potencias.**

Se planteará inicialmente que la inversa de la matriz  $(I-A)$  es equivalente a lo que en álgebra ordinaria conocemos como la suma de los elementos de una serie de razón geométrica\*.

Si señalamos que la serie matricial  $(I+A+A^2+\dots+A^h)$  es la inversa de  $(I-A)$ , el producto de estos dos factores debería ser igual a la matriz identidad\*\*. Comprobaremos que el desarrollo del producto mencionado no arroja como resultado tal matriz:

$$\begin{aligned}(I-A)(I+A+A^2+\dots+A^h) &= I(I+A+A^2+\dots+A^h) - A(I+A+A^2+\dots+A^h) \\ &= (I+A+A^2+\dots+A^h) - (A+A^2+\dots+A^{h+1}) \\ &= (I-A^{h+1})\end{aligned}$$

Efectivamente, el producto da como resultado la expresión (1) que no es precisamente la matriz identidad.

El desarrollo quedaría resuelto, si el término  $-A^{h+1}$  pudiera aproximarse a la matriz nula.

Entonces (1) se aproximará a  $I$  y, en consecuencia, dicha matriz suma  $(I+A+A^2+\dots+A^h)$  se aproximará a la inversa deseada  $(I-A)^{-1}$ .

¿Es posible aproximar  $-A^{h+1}$  a una matriz nula? Sí, siempre y cuando los elementos de cada columna de la matriz  $A$  sean números no negativos que sumen menos que 1. La aproximación se realiza tomando una potencia  $h$  suficientemente grande, es decir multiplicando la matriz  $A$  por sí misma en forma repetitiva.

En resumen, en el procedimiento para obtener la inversa por aproximación:

1. Calculamos las sucesivas matrices  $A^2, A^3, \dots$ , hasta que aparezca una matriz  $A^{h+1}$  cuyos elementos son, atendiendo a un criterio previamente establecido, todos de un orden de magnitud ínfima (muy próximos a cero)
2. Al encontrar la matriz  $A^{h+1}$ , se da por terminado el proceso de multiplicación y se suman todas las matrices así obtenidas, para formar la inversa por aproximación  $(I+A+A^2+\dots+A^h)$ .

\* Este serie infinita, se describe de la siguiente forma:

$$1+a+a^2+a^3+\dots = \frac{1}{1-a} (1-a)^{-1}$$

\*\* En teoría de matrices se conoce como matriz identidad, aquella en que su diagonal principal está compuesta de unos, y el resto de los elementos son ceros. Equivale a lo que comúnmente conocemos como la unidad.

## Anexo N° 3: VIII Región PIB % participación por ramas de actividades

ESPECIFICACION	1996
Agropecuario-Silvícola	8.48
Pesca	3.25
Minería	0.31
Industria Manufacturera	35.52
Electricidad, Gas y Agua	4.92
Construcción	6.82
Comercio, Hoteles y Restaurantes	10.11
Transporte y Comunicaciones	11.69
Servicios Financieros	8.08
Propiedad de Vivienda	4.92
Servicios Personales	7.45
Administración Pública	2.64
Menos: Imputaciones Bancarias	-4.17

Fuente: Banco Central de Chile

### BIBLIOGRAFÍA.

- Banco central de Chile. Matriz de la economía chilena 1996.
- Instituto de estadísticas de Andalucía. Contabilidad Regional y Tablas Input-output de Andalucía 1990: Técnicas y metodología.
- Rasmussen, P. N. Studies in intersectoral relations. Einar harcks Forlag & North-Holland Publishing Company. Copenhagen & Amsterdam 1956.
- Ana Pardo Fanjul; María del Pilar Rodríguez Fernández; Sectores claves de la economía castellano leonesa 1995. Análisis input-output; "Anales de Economía Aplicada. XIV Reunión ASEPELT- España, Oviedo Junio 2000.
- Antonio Pulido; Emilio Fontanela; Análisis input-output Modelos Datos y Aplicaciones. Editorial Pirámide 1993.
- José Venegas Morales Una matriz insumo producto inversa de la economía chilena 1986; Serie de estudios económicos N°38; Banco Central de Chile.
- Patricio Aroca Gonzalez. Seminario de Insumo Producto. Instituto de Economía Aplicada Regional. Universidad Católica del Norte. Antofagasta - Chile.
- García N.; Marfan M.; Meller P., Identificación de los sectores claves para la generación de empleo: Metodologías alternativas. 1978 OIT, PREALC. Documento de trabajo N° 154.