

## MEDICIONES DE EFICIENCIAS EN SISTEMAS SILVO PASTORILES SILVOPASTURE SYSTEM EFFICIENCIES MEASURES

### De Luca Anabella

Docente Magister en Administración de Negocios  
Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales Universidad Nacional de Misiones  
Tucumán 1946 – 3300 Posadas - Misiones  
e-mail: anydeluca86@gmail.com

### De Luca José Maria

Director de Tesis Postgrados Doctor en Administración de Negocios  
Facultad de Ciencias Económicas Universidad Nacional de Misiones  
Ruta 12 Km 7,5 Campus Universitario 3304 Miguel Lanús - Misiones  
e-mail: deluca@fce.unam.edu.ar

### Resumen

Este trabajo intenta comprobar la conclusión obtenida por los investigadores (Wadud, A., & White, B., 2000) a través de una metodología diferente que se apoya en la elaboración de modelos de frontera estocástica y compararlos con los obtenidos en modelos de Análisis de Envolvente de Datos.

Para ello, los autores han realizado una investigación en el sector silvo pastoril del nordeste argentino elaborando modelos determinísticos y estocásticos y se ha asumido que la frontera de producción es acertadamente representada por la función matemática denominada translog.

Se ha demostrado que tanto los modelos de retorno de escala variable como los correspondientes a los modelos de retorno de escala constante exhiben mayor variabilidad que las medidas de las fronteras estocásticas.

**Palabras Claves:** AED – Silvopastoril – Elasticidades

**Clasificación JEL:** C61

### Abstract

This survey tries to check the outcome achieved by the researchers (Wadud, A., & White, B., 2000) through an alternate methodology that is hold in the stochastic frontier model construction and compare them with those obtained in Data Envelopment Analysis.

For it, the authors have performed a researcher in the argentinean northeast silvo pasture sector constructing deterministic and stochastics models and it has the assumption that the production frontier is aptly represented by the mathematical function named translog.

It has been demonstrated that as much the variable scale return DEA models as the equivalent to the constant scale return model show greater variability that the stochastic frontier measures.

**Keywords:** DEA – silvopasture – elasticity

**JEL Classification:** C61

## **1. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Una Visión de los Agronegocios en el NEA de Argentina**

El surgimiento de actividades complementarias a las explotaciones forestales tradicionales en Misiones y NE de Corrientes de Argentina dieron origen a nuevos negocios agro forestales que permitieron el advenimiento de una generación de productores rurales, acontecimiento que es explicado por Colcombet y otros ( citado por De Luca y De Luca, 2019, p 3).

Estos autores señalan que se pueden identificar una serie de valiosos activos humanos y ambientales que abrirían un incipiente escenario de agro negocios en el NEA, como la actividad silvopastoril y el turismo rural y que lograrían la integración de actividades conexas a la tradicional de la explotación forestal.

Referido a los Sistemas Silvopastoriles, Hugo Fassola y otros (2010) hacen hincapié que para ello se contaría con una sólida capacidad de gestión a los fines de resolver problemas de actividades complejas en nuevos nichos mercados, y tendrían la oportunidad de aprovechar el conocimiento ganadero y forestal atesorado en años de experiencia en una región subtropical, singular en Argentina.

También estos autores sostienen que han existido varios factores los que permitieron el desarrollo de los sistemas silvopastoriles, siendo alguno de ellos los avances en genética vegetal aplicada a lograr especies de pasturas resistentes a las heladas, al pisoteo del ganado y de alta potencialidad nutricional.

Otros autores (Colcombet et al, 2010) suponen que los avances de los nuevos negocios han sido la continua reducción de costos por aumento de la productividad, la mejor calidad lograda del ganado de los rodeos, el nacimiento de una demanda de carne diversificada y nuevas estrategias de marketing.

La sustentabilidad económica, social y ambiental de las actividades agrícolas y forestales de la región del NEA son analizadas por estos autores y logran demostrar en este trabajo la primacía de la actividad silvopastoril frente a la ganadería de campo abierto, la actividad forestal tradicional y los cultivos anuales.

### **1.2. El Estudio de Rentabilidades en la Economía de los Sistemas Silvopastoriles**

Colcombet y otros (2010) han realizado un profundo relevamiento de información a través de encuestas, entrevistas y consultas a productores forestales y ganaderos, respecto a resultados económico financieros para el inicio de una actividad silvopastoril, tanto partiendo de la ganadería tradicional y realizando plantaciones forestales o por el camino inverso, a partir de una plantación forestal, a la que se le ha incorporado ganado vacuno para invernada o engorde.

Las conclusiones principales logradas están referidas a la importancia de la genética animal adaptada a la región, a la importancia de la capacidad gerencial del productor en lograr aumentos de productividad de su explotación a través de la selección de las actividades silvopastoriles para el engorde o la invernada.

Como las plantaciones forestales no habían llegado a la edad de cosecha, el estudio original, fué complementado con los trabajos realizados por otros investigadores (Frey, 2012), que permitió calcular las producciones forestales a lograr a la edad de rotación del componente forestal de la explotación.

Es por ello que la investigación se completó con una regresión temporal utilizando el simulador forestal construido por la Facultad de Ciencias Forestales de la UNAM y el INTA.

Los resultados de dicho estudio apuntaron a dos manejos, un privilegiando la producción de madera y el otro la de carne, en donde los componentes de importancia enumerados más arriba fueron incorporados a las actividades analizadas.

En ambos casos, las rentabilidades fueron superiores a uno forestal puro y otro ganadero a campo.

### **1.3. La Medición de las Eficiencias Técnica y Asignativa**

Una definición de importancia en economía es la de frontera de producción, que es el máximo valor del conjunto de las variables de salida posibles a ser obtenidas con un conjunto dado de variables de entrada.

Los conceptos de eficiencia y productividad fueron inicialmente desarrollados por Farrell (1957), quien definió a eficiencia técnica como el cociente entre los valores de las variables de salida (producción) y los valores de las variables de entrada (recursos) usados.

Por otro lado la medida de productividad relaciona la cantidad producida y el tiempo insumido en realizarlo.

A pesar de que ambas definiciones son muy sencillas, en la práctica son de difícil aplicación, ya que casi siempre son muchos los recursos involucrados y las producciones logradas. Tal es el caso de las explotaciones agropecuarias silvopastoriles donde los recursos principales aplicados son la superficie de la explotación, las inversiones realizadas y el capital de trabajo. A su vez las principales producciones logradas son la forestal, carne, leche y productos de huerta.

En el caso de la actividad silvopastoril, una explotación es técnicamente eficiente si con sus valores de recursos aplicados (suelo, inversiones, capital de trabajo) obtiene un conjunto de producciones (madera, carne, leche, productos de huerta) que la ubican en la frontera de la producción de dicha actividad.

Por otro lado, es técnicamente ineficiente si queda debajo de la línea de producción y sobre eficiente si está ubicada arriba de la línea de producción.

Otro concepto importante es el de la producción factible, que son todos los valores de la función de producción para un sector dado, para diferentes valores de recursos utilizados.

Ello es muy importante en la actividad silvopastoril, donde la cría o engorde del ganado está muy ligado a la oferta de pastos, y éstos a su vez dependientes del clima.

Para incorporar al análisis los valores de los recursos y producciones involucradas en el sistema, además de la eficiencia técnica, se ha definido la eficiencia asignativa, que

mide la combinación óptima de diversos recursos donde cada uno ha sido valorado a su costo en el mercado.

Mediante el cálculo de ambas eficiencias se logra determinar la eficiencia global de la unidad económica.

Existen dos técnicas utilizadas para la medición de eficiencias en sectores industriales, una denominada Análisis de Envolvente de Datos que es determinística y otra conocida como Análisis de Envolvente de Datos Estocástico que permite la incorporación del entorno probabilístico en que se encuentra inmerso la actividad silvopastoril y en líneas generales todos los eventos de la vida real.

#### **1.4. El Uso de D.E.A. para el Cálculo de Eficiencia**

Las dificultades que presenta el cálculo de eficiencia son sorteadas por la herramienta matemática desarrollada por (Cooper et al, 1978), conocida como Análisis de Envolvente de Datos cuyo acrónimo en inglés es D.E.A., que permite combinar los recursos y las producciones utilizando variables de pesos y que mediante la técnica de programación lineal deben ser optimizadas.

Es así que, mediante un algoritmo iterativo, se busca que, para todas las unidades económicas, en este caso las explotaciones agropecuarias, el conjunto de pesos que logra la mayor eficiencia para la explotación de referencia, sujeto a que todas tengan sus valores de eficiencia entre 0 y 1.

La fortaleza de DEA radica en que es una técnica no paramétrica y que no precisa suposiciones, permite el cálculo de eficiencia en sistemas de múltiples entradas y salidas. Pero su debilidad es que responde a un modelo determinístico y no contempla lo azaroso y contingente de los datos.

Los primeros modelos elaborados han sido DEA del tipo CCR-I (Charnes, Cooper y Rhodes orientado a las entradas) en la forma envolvente que se basa en el supuesto de que las explotaciones silvopastoriles tienen rendimiento de escala constante.

Los modelos CCR orientados a cualquier lado entregan la eficiencia técnica pura, mientras que los modelos BCC (Banker, Charnes y Cooper), sin exigencia de orientación, consideran a las explotaciones como de rendimientos de escala variable.

En general, en economía agrícola del tipo de mano de obra intensiva como la silvopastoril, el modelo que mejor la representa es el de rendimiento de economía de escala constante, ya que a un aumento proporcional de todas las variables de entrada se obtiene un aumento en la misma proporcional de las variables de salida.

La medida de la eficiencia técnica del modelo CCR-I es descompuesto en eficiencia técnica pura y eficiencia de escala.

Esta eficiencia de escala puede ser conocida realizando el cociente entre la medida de la eficiencia lograda a través del modelo a rendimiento de escala constante (CCR-I) y la del modelo a rendimiento a escala variable (BCC-I).

El modelo de Retorno de Escala Variable para las fincas del sector silvopastoril, orientado a las salidas planteado para un producto y múltiples materias primas queda indicado abajo.

$$\max_{\varphi_i \omega_j} \varphi_i \quad (1)$$

Sujeto a :

$$-\varphi_i \omega_i + \sum_{j=1}^N \omega_j y_j - s_0 = 0 \quad (2)$$

$$-x_{ki} + \sum_{j=1}^N \omega_j x_{kj} + s_{Ik} = 0 \quad (3)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, m \text{ (entradas)} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N \omega_j = 1 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n, \text{ fincas}) \quad (5)$$

$$\omega_j, s_0, s_{Ik} = > 0 \quad (6)$$

Donde :

$\omega_i$  = peso relativo de la finca i donde i es la finca de referencia

$y_j$  = producción en la finca j

$s_0$  = variable de holgura del producto

$x_{ki}$  = consumo de materia prima k en la finca i

$s_{Ik}$  = variable de holgura de la materia prima k

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Área de Estudio y Resumen Estadístico de las Variables

La medición de la eficiencia técnica en explotaciones forestales de pequeñas, medianas y gran escala del NEA argentino ha sido estudiada en detalle por Frey y otros (2008), y los datos utilizados en esa investigación también sirvieron para construir la base de datos de este trabajo.

Contiene información económica y tecnológica de 43 fincas que poseen parcelas destinadas a las tres actividades ganaderas y silvo forestales.

Los productores han dividido sus fincas en parcelas que las han destinado a explotaciones a cielo abierto, parcelas destinadas al sistema silvopastoril y lotes para explotación forestal sin carga de ganado.

Todos ellos han aplicado dos o tres sistemas de trabajo en lotes distintos de la misma explotación en forma conjunta, como indica la muestra de los datos almacenados en la Tabla 1 y el resumen estadístico de ellos en la Tabla 2.

**Tabla 1. Muestra de la Base de Datos del Estudio Original**

	ID	Ingresos Descontados por Venta de leche	Especie Forestal Implantada	Superficie de la Pastura /Silvopastura	Cabezas de Ganado	Pendiente del Suelo (%)	Calidad de la Poda (1=No realizado, 2=Muy Requerido, 3=Bien Realizado, 4=Excesivamente Podado)
1.00	1	10791.00	E. grandis	21	21		desmonte
		3643.49		21	21		
3.00	2	0.00	P. taeda	23	23		desmonte
		0.00		23	23	10	3

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 2. Resumen Estadísticos de la Base de Datos Utilizada**

	Superficie de la Finca (Ha)	Mano de Obra Descontada en personas día	Capital Ajustado (excluyendo inversión en pasturas)	Cultivos (incluyendo pasturas)	Ingresos Descontados por Venta de Productos Forestales	Ingresos Descontados por Venta de Ganado	Ingresos Descontados por Venta de leche	Cabezas de Ganado
Media	357.90	15743.30	1526090.50	16474.89	3348691.44	838322.02	9341.16	360.65
Máximo	8000.00	227365.12	16832326.43	397841.57	48236896.53	10787328.14	108190.08	4673.00
Mínimo	2.50	132.88	5097.72	15.00	19412.53	49873.36	21.00	3.00

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la Tabla 2, los valores de varianza tan elevados indican la dispersión de los datos económicos de las fincas y es un motivo para fortalecer el análisis comparativo de las fronteras de eficiencias determinísticas y estocásticas.

## 2.2. La Medición de Eficiencias en Sectores Silvopastoriles de Argentina

Los autores (Frey et al, 2012) han estudiado eficiencia de escala en sistemas silvo pastoriles mediante la construcción de los modelos DEA del tipo CCR y BCC y comprobaron que estos sistemas en el largo plazo operan en la región de Retorno de Escala Creciente de la función de producción.

Este trabajo intenta comprobar la conclusión obtenida por dichos autores a través de una metodología diferente que se apoya en la elaboración de modelos de frontera estocástica y compararlos con los obtenidos en modelos DEA de ambos tipos.

### **2.2.1. Situación Problemática Estudiada**

Las investigaciones de Frey (2008) han permitido evaluar eficiencias técnicas en diferentes sistemas de cría de ganado vacuno, pero los modelos elaborados por estos investigadores no incorporaron variables no controlables como las especies arbóreas u otras.

Fassola et al. (2010) han estudiado la importancia de las especies forestales plantadas en los sistemas silvopastoriles y han demostrado su impacto en las rentabilidades de las explotaciones analizadas.

La determinación de un ranking de aquellas según su importancia relativa ha sido uno de los problemas que esta investigación estudia.

Luego de obtener la clasificación jerárquica de las especies forestales y de incorporar ésta al modelo, se ha buscado lograr las nuevas mediciones de las eficiencias. El modelo modificado que ha incorporado esta nueva variable como de entrada no controlable frente a otra alternativa de tratarlas en forma conjunta.

Por último, se han analizado las economías de escala de las explotaciones silvopastoriles a través de mediciones de eficiencias de escala y mixtas.

### **2.2.2. Hipótesis de la Investigación**

Los investigadores (Wadud, A., & White, B., 2000) han demostrado que en el sector agrícola de Bangladesh integrado por productores con diversos tamaños de superficie de arroz, se cumple que la eficiencia media de los modelos DEA para retornos de escala variable arrojan valores mayores que los obtenidos a partir de la frontera estocástica y también para aquellos obtenidos por modelos de retorno de escala constante.

Además, los autores han demostrado que tanto los modelos de retorno de escala variable como los correspondientes a los modelos de retorno de escala constante exhiben mayor variabilidad que las medidas de las fronteras estocásticas.

Este artículo se refiere a los resultados de una investigación en el sector silvo pastoril del NEA donde sus autores intentan comprobar la validez de los resultados logrados en el sector arrocero de Bangladesh. Además, se asume que la frontera de producción es acertadamente representada por la función matemática denominada translog.

También este trabajo intenta comprobar las conclusiones obtenidas por (Frey et al, 2010) referidos a que las fincas con Sistemas Silvopastoriles operan en el área de rendimientos de escala creciente.

### 2.3. El Modelo de Frontera Estocástica Elaborado

La elaboración de un modelo estocástico que represente el comportamiento aleatorio de los valores de eficiencia en las fincas del Sistema Silvo Pastoril queda indicado por las ecuaciones (7) y (8).

$$Y_i = f(x_i, \beta) e^{(u_i - v_i)} \quad (7)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

Donde :

$$\varepsilon_i = u_i - v_i \quad (8)$$

$\varepsilon_i$  es una variable que se incorpora al modelo determinístico como un componente de desvío aleatorio, y conformado a su vez en otros dos elementos aleatorios.

Uno es simbolizado por  $u_i$ , desvío sistemático por contingencias ajenas a la administración de la empresa, por ejemplo climáticas y que puede disminuir o aumentar la producción y es por ello que esta variable puede ser positiva o negativa, sumando o restando el desvío calculado.

El segundo es simbolizado por  $v_i$  e indica el desvío originado en la ineficiencia de la empresa, por lo tanto o puede ser nulo si la empresa no presenta ineficiencia técnica o por ser positivo y por estar restando disminuye al valor de producción calculado en el modelo determinístico.

Los demás componentes del modelo son:

$Y_i$  = Valor de la producción de la finca  $i$  corregido por los desvíos estocásticos.

$x_i$  = vector de  $1 \times K$  de los valores de las variables de materia prima de la finca  $i$

$\beta_i$  = vector de  $1 \times K$  de los valores de los parámetros desconocidos a ser estimados

$u_i$  = variable aleatoria del error sistemático fuera de control de la administración de la finca  $i$

$v_i$  = variable aleatoria no negativa que mide la ineficiencia técnica de la finca  $i$

Las variables aleatorias  $u_i$  son asumidas independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza  $\sigma_u^2$ , mientras que la variable aleatoria no negativa  $v_i$  también son independientes e idénticamente distribuidas pero truncadas para valores menores a cero y se representa la distribución como  $N(\mu, \sigma_v^2)$ .

Las variables aleatorias  $u_i$  y  $v_i$  son consideradas independientes una de la otra y también independientes de las variables de entrada  $x_i$ .

Los parámetros de la varianza quedan indicados por la ecuación (9):

$$\sigma_s^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 \quad (9)$$

#### 2.4. El Uso de SDEA para el Cálculo de Eficiencia

La Función de producción seleccionada ha sido la Función Translog ya que no presenta las exigencias de Cobb Douglas de rigidez en su elasticidad de producción a distintos niveles de la variable de entrada.

La variable de salida ha sido el ingreso total como un consolidado de las tres cuentas y como un único valor para cada finca. Las variables de entrada han sido la mano de obra, el capital y los cultivos.

La Función de Translog en su forma logarítmica utilizada en esta investigación es :

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_{1i} + \beta_2 \ln x_{2i} + \beta_3 \ln x_{3i} + \beta_4 \ln x_{1i}^2 + \beta_5 \ln x_{2i}^2 + \beta_6 \ln x_{3i}^2 + \beta_7 \ln x_{1i} \ln x_{2i} + \beta_8 \ln x_{1i} \ln x_{3i} + \beta_9 \ln x_{2i} \ln x_{3i} + u_i - v_i \quad (10)$$

Donde :

$Y_i$  = Producción de la finca  $i$  (\$).

$x_{1i}$  = Mano de Obra descontada erogada por la finca  $i$  (\$).

$x_{2i}$  = Inversión descontado (excluye cultivos y pasturas) invertido por la finca  $i$  (\$).

$x_{3i}$  = Inversión descontado en cultivos y pasturas realizado por la finca  $i$  (\$).

$u_i$  = Variable aleatoria indicativa del error sistemático de la finca  $i$ .

$v_i$  = Variable aleatoria indicativa de la ineficiencia técnica de la finca  $i$ .

$\beta_0$  a  $\beta_9$  = parámetros desconocidos (a estimar).

El valor medio ( $\mu_i$ ) de la función de distribución de la ineficiencia técnica es calculado en base a ecuaciones indicadas por (Coelli et al, 2008) las que sirvieron de base a los autores para elaborar un modelo el que fue procesado en Matlab™ y es explicado en el Anexo.

La función de regresión multivariada que mejor ha ajustado los datos económicos de cada finca queda indicada en la ecuación (11).

En ella, las variables de entrada son los predictores o variables independientes y constituyen el lado derecho mientras que el valor medio ( $\mu_i$ ) de la función de distribución de la ineficiencia técnica  $v_i$  de cada finca es la variable dependiente o lado izquierdo.

La ecuación es la indicada abajo

$x_{1i}$  = Mano de Obra descontada (\$)

$x_{2i}$  = Superficie con pasturas y cultivos de la finca  $i$  (Ha)

$x_{3i}$  = Inversión descontada en pasturas y cultivos (\$)

$x_{4i}$  = Rodeo de la finca  $i$  (cabezas de ganado)

### 3. RESULTADOS

#### 3.1. Comparación de Resultados de Eficiencias

##### 3.1.1. Resultados Obtenidos de la Frontera Estocástica

Las estimaciones de máxima verosimilitud del modelo translog de la frontera de producción estocástica quedan indicados en la Tabla 3, donde se puede observar que todos los coeficientes son significantes al 5% lo que da la presunción de que el modelo ajusta correctamente.

**Tabla 3. Parámetros del Modelo Translog**

Para- metros	Varia- bles	Coefi- cientes	Estadístico de T Student			
			Coefi- ciente	Desvío Stan- dard	Intervalo de Confianza In- ferior	Intervalo de Confianza Su- perior
$\beta_0$	Cons- tante	4,1282	32,65	2.626	12.26	133.31
$\beta_1$	Mano de Obra	-3,2396	28,20	1.849	13.88	168.50
$\beta_2$	Inver- sión sin cultivos ni pas- turas	4,6664	34,50	2.294	7.38	79.51
$\beta_3$	Inver- sión en cultivos y pastu- ras	-2,3468	42,53	1.433	8.52	97.32
$\beta_4$	Rodeo	-0,4851	13,87	31.489	11.36	86.78
$\beta_5$	Superfi- cie con pastu- ras y cultivos	-0,3771	17,31	57.163	12.77	111.63
$\beta_6$	Calidad del suelo según las pen- dientes	0,1735	20,03	28.938	8.85	67.47
$\beta_7$	Calidad de la poda	0,8311	16,10	40.385	9.73	81.06
$\beta_8$	Calidad del pas- toreo	0,1067	22,05	22.086	56.92	103.96
$\beta_9$	Superfi- cie total	-0,1467	28,92	25.340	76.31	119.56

Fuente: Elaboración propia

Las estimaciones de los parámetros del valor medio ( $\mu_i$ ) de la función de distribución de la ineficiencia técnica  $v_i$  quedan indicados en la Tabla 4, pero a diferencia de los parámetros indicados en la Tabla 3, éstos son significativos al 10 % lo que da la presunción de que el modelo ajusta medianamente bien.

**Tabla 4. Parámetros del Modelo de la función del Valor Medio de la Ineficiencia Técnica**

Parámetros	Variables	Coeficientes	Estadístico de T Student			
			Coeficiente	Desvío Standard	Intervalo de Confianza Inferior	Intervalo de Confianza Superior
$\delta_0$	Constante	4.5669	-1.398	0.857	-0.3469	-0.6658
$\delta_1$	Rodeo/ Superficie con pasturas	0.0680	5.574	1.122	0.1811	3.6623
$\delta_2$	Inversion descontada en cultivos y pasturas/ Superficie con pasturas	-0.6445	14.112	2.589	0.7086	4.5747
$\delta_3$	Mano de Obra/ Inversion descontada en cultivos y pasturas	-0.5430	-4.307	2.193	1.3992	4.0743
$\delta_4$	Inversion descontado pasturas/	-0.3395	17.776	1.482	4.8766	5.2779
$\delta_5$	Rodeo	-0.1477	15.346	1.955	6.4706	-0.7183
$\delta_6$	Superficie con cultivos y pasturas/ calidad de la poda	-0.4751	-15.095	0.313	-2.0161	-0.5253

Fuente: Elaboración propia

Las estimaciones de los parámetros del modelo estocástico quedan indicados en la Tabla 5, donde se puede observar que el valor de gamma de 0,719 demuestra la existencia de ineficiencia técnica.

También se observa que la prueba de T de Student aplicada al desvío standard del error aleatorio arroja un valor significativo lo que hace presumir que la función multivariada propuesta para el valor medio de las ineficiencias técnicas no es una representación adecuada para este sector y merece para futuros estudios ser mejorada..

**Tabla 5. Parámetros del modelo estocástico**

Parámetros	variables	Coefficientes	Estadístico de T Student
$\sigma_{\varepsilon}^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$	Varianza del desvío valor teórico modelo Translog y Valor práctico	3,3406	6087
Gamma	$\gamma_{opt} = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_s^2}$	0.719	
$\sigma_u$	Desviación Standard Variable controlable	3.274	
$\sigma_v$	Desviación Standard Variable no controlable	4.507	
Estimador del Logaritmo de Máxima Verosimilitud	-45.62		

Fuente: Elaboración propia

### 3.2. Análisis de las Elasticidades de la Producción

Las elasticidades de la producción a las variables de entrada de mano de obra, inversión descontada en activos fijos excluyendo pasturas y cultivos de engorde e inversión en pasturas y cultivos de engorde para los modelos elaborados incluyendo o no la ineficiencia técnica queda indicada en la Tabla 6.

**Tabla 6. Elasticidades de la producción para las distintas variables de entrada y Existencia de Ineficiencia Técnica**

Variables de Entrada	Elasticidades de la Producción Según Variable de Entrada y Existencia de Ineficiencia Técnica							
	Modelo Eficiente				Modelo Ineficiente			
	edia	td Dsv		in	edia	td Dsv	ax	in
Mano de Obra	,083	,069	,322	,001	.12	.10	.48	.01
Inversión descontada en activos fijos excluyendo pasturas y cultivos de engorde	,169	,114	,529	,014	0.43	.30	.41	.03
Inversión en pasturas y cultivos de engorde	,797	,203	,722	,001	.589	.76	.72	.0001
Retorno de Escala	,050	0,442	4,04	0068	1.14	0.80	3.54	0.07

Fuente: Elaboración propia.

Se observa gran similitud en los valores de retorno de escala entre ambos modelos lo que demuestra que la ineficiencia técnica en el sector silvo pastoril no incide significativamente en el retorno de escala.

En ambos modelos se comprueba que el sector opera en el área de retorno de escala decreciente lo que hace presumir que el sector opera en una economía de escala sub óptima.

También se observa que en ambos modelos son las elasticidades a la mano de obra las más significativas.

### 3.3. Análisis de las Elasticidades de la Producción

Los modelos elaborados orientados a las variables de salida, tanto aquellos bajo un enfoque determinístico (DEA) como probabilístico (SDEA), han permitido calcular las eficiencias medidas a retorno de escala constante (CCR) y variable (BCC) y luego con dichos valores calcular la eficiencia medida en economía de escala.

La Tabla 7 muestra los resultados obtenidos para todas las explotaciones recolectadas en la muestra, donde en la última columna se indica si se encuentra transitando en la región de retorno de escala constante o de retorno en incremento o decremento.

Se puede observar que existen 20 explotaciones forestales ubicadas en la región de decremento en el retorno, 18 en la de incremento y 5 en la región de retorno constante.

De ello se puede inferir que el sector no se encuentra trabajando totalmente en su región óptima de economía estable o constante, ya que la mayoría de las explotaciones han empezado a disminuir su capacidad de lograr retornos incrementados y son pocas las que han logrado una economía constante.

El resumen de los parámetros de las mediciones de las eficiencias, tanto determinísticas como estocásticas y de escala queda indicada en la Tabla 8 donde se observa que en general las medias de las eficiencias son bajas, menores a 0,5 para todas excepto la de escala que es un cociente de la eficiencia variable y constante.

También se observa que la dispersión de valores indicados por la desviación standard es mayor en el modelo estocástico que en los determinísticos y ello consolida las conclusiones arribadas al analizar la Tabla 7 donde muchas explotaciones todavía no habían logrado el pleno aprovechamiento de los recursos mientras que otras ya se encontraban en la región de disminución de las rentabilidades.

**Tabla 7. Cálculo de las Eficiencias de las Explotaciones Silvopastoriles en Modelos Orientadas a las Variables de Salida**

ORIENTADOS A LAS VARIABLES DE SALIDA					
DMU	SDEA	BCC	CCR	ESCALA	
1	0.97826058	0.147	0.145	0.986	IRS
2	0.17228928	0.145	0.096	0.662	IRS
3	1	1	1	1.000	CRS
4	0.03237402	1	1	1.000	CRS
5	0.99420891	0.633	0.3	0.474	IRS
6	0.09334318	1	1	1.000	CRS
7	0.08838196	0.506	0.426	0.842	DRS
8	0.01062336	0.188	0.184	0.979	DRS
9	0.93254406	0.205	0.205	1.000	CRS
10	0.01011687	0.511	0.383	0.750	IRS
11	0.35695017	0.355	0.349	0.983	IRS
12	0.02212386	1	0.151	0.151	IRS
13	0.17735119	1	0.313	0.313	IRS
14	0.33415644	0.82	0.569	0.694	DRS
15	0.37475398	0.623	0.467	0.750	DRS
16	0.28764812	0.094	0.093	0.989	DRS
17	1	0.287	0.122	0.425	DRS
18	0.80998007	0.272	0.27	0.993	IRS
19	0.04247324	0.06	0.058	0.967	DRS
20	0.04972834	0.35	0.325	0.929	DRS
21	1	0.329	0.089	0.271	IRS
22	0.31476798	0.37	0.359	0.970	IRS
23	0.84471983	0.762	0.35	0.459	DRS
24	0.03448255	0.062	0.061	0.984	IRS
25	0.94976211	0.196	0.145	0.740	DRS
26	0.17989003	0.939	0.879	0.936	IRS
27	0.99166221	0.743	0.724	0.974	IRS
28	0.11911019	0.293	0.29	0.990	DRS
29	0.10178122	0.537	0.471	0.877	IRS
30	0.03963534	1	0.757	0.757	IRS
31	0.0019042	0.147	0.133	0.905	DRS
32	0.00984401	0.195	0.183	0.938	DRS
33	0.01020488	0.182	0.175	0.962	IRS
34	0.00482218	0.431	0.394	0.914	DRS
35	0.01561066	0.349	0.096	0.275	IRS
36	0.02525081	0.194	0.192	0.990	IRS
37	0.03583376	0.235	0.138	0.587	DRS
38	0.01695346	0.335	0.213	0.636	DRS
39	1	0.05	0.024	0.480	DRS
40	1.00000005	0.25	0.236	0.944	DRS
41	0.95113718	0.099	0.066	0.667	DRS
42	0.01878377	0.293	0.175	0.597	DRS
43	0.13541687	1	1	1.000	CRS

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 8. Parámetros de los Modelos Orientadas a las Variables de Salida**

Media	0.362067	0.4462093	0.33967442	0.78461136
Máximo	1.00000005	1	1	1
Minimo	0.0019042	0.05	0.024	0.151
Std Dsv	0.41010722	0.32353564	0.28666745	0.24593441
Coefic Variac	0.74459982	0.70192387	1.29840774	-1.02540054
Skewness	0.74459982	0.70192387	1.29840744	-1.055305
Kurtosis	-1.41897063	-0.84606656	1.01588539	0.01915645

Fuente: Elaboración propia

#### 4. CONCLUSIONES

Una de las hipótesis de este trabajo es la de verificar el comportamiento en la medición de las eficiencias del sector silvo pastoril especialmente si las conclusiones arribadas por (Wadud, A., & White, B., 2000) también se cumplían en el sector silvopastoril.

Al observar la Tabla 8 se comprueba que también en el sector silvopastoril, las eficiencias a escala variable son superiores a las medidas con el modelo estocástico y de escala constante, conclusión que coincide a la indicada por (Wadud, A., & White, B., 2000).

Una explicación a esta conclusión es la de que las explotaciones silvopastoriles, al incorporar tecnologías diversas, tanto en el campo forestal como en el ganadero presentan productividades diferentes y tiene mayor incidencia la elasticidad de la producción por incorporación de tecnologías que los cambios en las mediciones de la eficiencia por las variables aleatorias incontrolables por el productor (clima, situación económica regional o nacional, etc.).

Otra de las hipótesis analizadas es que, a diferencia de las conclusiones arribadas por (Wadud, A., & White, B., 2000) referidas a la mayor variabilidad en las mediciones de eficiencia en los modelos determinísticos que en los estocásticos, en las explotaciones silvopastoriles ocurre lo contrario.

Posiblemente la explicación a esta diferencia en la conclusión anteriormente indicada por (Wadud, A., & White, B., 2000) se deba a que la economía silvopastoril de Misiones presenta mayor incidencia en la incorporación de tecnología que la economía arrocera de los productores de Bangladesh y por ende ello determina un mejor alineamiento de las eficiencias de los productores de Misiones que los de Bangladesh.

Referente a las conclusiones obtenidas por (Frey et al, 2010) referidos a que las fincas con Sistemas Silvopastoriles operan en el área de rendimientos de escala creciente, se puede afirmar que dicha conclusión es inexacta ya que casi la mitad opera en la región de economía en decremento.

A pesar de que la base de datos utilizada no presenta una preocupante antigüedad de que desmerezca las conclusiones de este trabajo, los cambios ocurridos en la región producto de la incidencia en la economía por la pandemia, situación internacional producto de la guerra en Ucrania y especialmente la crisis argentina llevan a suponer de que la incidencia de la tecnología en las productividades sería más significativa y marcaría una mayor tendencia a que las explotaciones se ubiquen en la región de retorno de escala creciente.

## 5. ANEXO

### 5.1. Estimación del Soft de Frontera Estocástica

Datos :

Ingresos Totales (Forestales, carne y leche) ( $Y_i$ )

Gastos de Mano de Obra ( $x_1$ )

Inversión en Pasturas ( $x_2$ )

Inversión en Instalaciones, alambradas, aguadas, etc. ( $x_3$ )

La selección de la función translog sigue la sugerencia de (Kim, 1992), ya que no exige restricciones a priori sobre elasticidades de sustitución y retorno de escala como es el caso de la actividad silvopastoril.

$$\ln Y_i = \beta_0 + \sum \beta_i \ln x_i + \sum \sum \beta_{ij} \ln x_i \ln x_j$$

El algoritmo elaborado ha seguido el modelo analítico propuesto por Dennis Aigner y otros (Aigner et al, 1977, pag 27) y por Tim Coelli y otros (Coelli T., Prasado Rao D.S. y Battese G.E.(1998).

Cálculo de  $\beta_0$  y  $\beta_i$  aplicando regresión por mínimos cuadrados ordinarios (OLS), para el total de las explotaciones de la Base de Datos.

Cálculo del Ingreso Total Teórico

Cálculo de varianza y media de las diferencias de ingresos (teóricos y reales) de las explotaciones de la Base de Datos ( $\sigma_s^2, \mu_s$ ).

Según Coelli et al (1998) el logaritmo de la función de probabilidad que expresa la incertidumbre a la producción a lograr a causa de la aleatoriedad de la ineficiencia técnica y de entorno es:

$$\ln(L(\{y|\beta\}, \lambda, \sigma_s^2)) = -\left(\frac{N}{2}\right) \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{N}{2}\right) \log(\sigma_s^2) + \sum_{i=1}^N \ln(1 - \varphi_{z_i}) - \frac{1}{2\sigma_s^2} \sum_{i=1}^N (\ln(y_i) - x_i \beta)^2$$

Donde :

$$\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_s}$$

$$z_i = \frac{(\ln y_i - x_i \beta)}{\sigma_s} \sqrt{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

Mediante un proceso iterativo se maximiza la función , asumiendo para  $\gamma$  valores entre 0 y 1 en incrementos de 0,1.

Se estima  $\lambda$  (Aigner et al, 1977, pag 27, ec 11 ) por un cálculo iterativo ya que los dos primeros términos de esa ecuación contienen valores conocidos .

$$-\frac{N}{2\sigma_s^2} + \frac{1}{2\sigma_s^4} \sum_{i=1}^N (Y_i - \beta'_i x_i)^2$$

Y el tercer término contiene la variable  $\lambda$  en forma explícita e implícita (en el cálculo de  $f^*$  y  $F^*$ ).

Siendo :  $Y_{\text{dato}} - Y_{\text{ols}} = \epsilon_i$  (error aleatorio), Luego  $u_i + v_i = \epsilon_i$  , que es el resultado de la suma de los errores provenientes a las variables aleatorias controlables  $u_i$  y variables aleatorias no controlables  $v_i$ , ambas distribuciones de probabilidades son independientes.

Luego por la propiedad de independencia de las funciones de distribución es :

$$\epsilon_u + \epsilon_v = \epsilon_s ; \epsilon_v = 0$$

$$\sigma_s^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$$

Cálculo de  $\sigma_u$  y  $\sigma_v$

Conocido  $\gamma_{\text{opt}}$  y  $\lambda$

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_s^2} ; \text{luego } \sigma_u = \sqrt{\gamma_{\text{opt}} \sigma_s^2}$$

$$\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v} ; \text{luego } \sigma_v = \frac{\sigma_u}{\lambda}$$

También por la propiedad de independencia de las funciones de distribución es :

$$z_u + z_v = z_{\text{opt}}$$

$$z_u = \frac{[u_i - \epsilon_u]}{\sigma_u} ; z_v = \frac{[v_i - 0]}{\sigma_v}$$

Para cada DMU :

Se plantea un sistema de ecuaciones lineales donde las variables incógnitas son :

$$u_i ; v_i ; z_u ; z_v ;$$

Y las variables conocidas para cada DMU son

$$\varepsilon_i, \sigma_u, \sigma_v, z_{s \text{ opt}}$$

Luego el Sistema de Ecuaciones Lineales planteado para cada DMU es:

$$u_i + v_i = \varepsilon_i$$

$$u_i - \sigma_u z_u = \varepsilon_u$$

$$v_i - \sigma_v z_v = 0$$

$$z_u + z_v = z_{s \text{ opt}}$$

Luego se recalculan las variables de salida según ecuación (7) y se recalculan eficiencias según DEA.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aigner, D., Lovell, C. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of econometrics*, 6(1), 21-37.
- Afriat, S.N. (1972), "Efficiency Estimation of Production Functions", *I.E.R.*, 13, 568-598.
- Aznar Bellver J. y Caballer Mellado V. (2005) An Application of the AHP Method in Farmland Appraisal, Depto de Econ y Cs.Soc. Univ Polit. de Valencia. Spain. *Spanish Journal of Agricultural Research* 3(1), 17-24.
- Banker R.D. y Morey R.C.(1986) Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. *Operation Research* 34(4): 513-521, <http://dx.doi.org/10.1287/opre.34.4.513> .
- Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W.W. (1984), Some models for estimating technical and scale efficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30 (9), 1078–92.
- Banker R.D. y Morey R.C.(1987) The Use of Categorical Variables in DEA, *Mgmt Sci* 32(12):1613-1627, <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.32.12.1613> .
- Charnes A., Cooper W. W., Lewin A. and Seiford L. M.( 1994), "D.EA: Theory, Methodology and Applications"; Boston, Kluwer Academic Publishers;; 402 pags
- Charnes, A., Cooper, W. W. y Rhodes, E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operation Research*, 2, 429- 444.
- Coelli T., Prasado Rao D.S. y Battese G.E.(1998),"An Introduction to Efficiency and Productivity Analysys", Springer Science-Business Media,L.L.C., pp 8-23.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). An introduction to efficiency and productivity analysis. Springer Science & Business Media.
- Colcombet L., Crechi E., Keller A., Pachas N., Fassola H., Lacorte S., Esquivel J.(2010). Comparación Preliminar de Resultados Financieros y Económicos de Proyectos Forestales, Ganaderos y Silvopastoriles en Misiones. Actas XIV Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales FCF – EEA Montecarlo INTA , Eldorado , Misiones, disponible en CD ,biblioteca de la FCF , UNAM, Eldorado.
- De Luca, A., & De Luca, J. M. Análisis De Eficiencia Técnica y de Escala en la Economía Silvopastoril de Misiones. *Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa*, 27(45), 42-59.
- Farrell, M. J. (1957) The measurement of productive efficiency, *Journal of Royal Statistical Society Series A*, 120, 153 290

- Fassola H.E., Lacorte S.M., Pachas N., Keller A.(2010). Sistemas Silvopastoriles en Misiones y NE de Corrientes y su Entorno de Negocios. Actas XIV Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales FCF – EEA Montecarlo INTA , Eldorado , Misiones, disponible en CD ,biblioteca de la FCF , UNAM, Eldorado.
- Frey G.E., Fassola H.E., Lacorte S.M., Pachas N., Colcombet L.(2008).La Medición de la Eficiencia Técnica de Sistemas Silvopastoriles en Misiones y Corrientes, Argentina. Revista Yvyrareta Vol 15, 67- 73. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Nacional de Misiones.
- Frey, G. E. , Fassola H.E., Lacorte S.M., Pachas N., Colcombet L, Renkow M.,Perez O., Cabbage F.W. (2012). A within-farm efficiency comparison of silvopasture systems with conventional pasture and forestry in northeast Argentina. Land Economics, 88(4), 639-657.
- Günther D.F., Correa de Temchuk M. y Lysiak E.(2008). Zonas Agroeconomicas Homogeneas de Misiones. Estudios Socioeconómicos de la Sustentabilidad de los Sistemas de Producción y Recursos Naturales.Vol 5. Ediciones INTA. Misiones, Argentina.
- Kim H. Y., (1992), The Translog Production Function and Variable Returns to Scale, The Review of Economics and Statistics, 74, (3), 546-52
- Wadud, A., & White, B. (2000). Farm household efficiency in Bangladesh: a comparison of stochastic frontier and DEA methods. Applied economics, 32(13), 1665-1673.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Phd Gregory Frey , investigador en temas ambientales y forestales de la Universidad de Carolina del Norte, EEUU. por su inestimable colaboración en la obtención de los datos utilizados en esta investigación.

## 8. BIOGRAFIA DE LOS AUTORES

Anabella De Luca

Lic .en Turismo UNLP, Magister de Administración Estratégica de Negocios de la Escuela de Negocios de la U.Na.M. Especialista en Docencia Universitaria. Jefe de Trabajos Prácticos de la cátedra de Organización y Administración en FHyCS UNaM.

José María De Luca

Doctor en Administración , Master en Ingeniería Industrial,Integrante del Comité Editorial de la Revista de Investigación Operativa . Tutor de numerosas tesis de maestría y doctorados ex docente de la Universidad Nacional de Misiones, investigador cat 2 .