

PLANIFICACION AGREGADA EN LA COSECHA FORESTAL: UN MODELO DE PROGRAMACION MATEMATICA Y SOLUCION

AGGREGATE PLANNING IN FOREST HARVEST: A MATHEMATICAL PROGRAMMING MODEL AND SOLUTION

Rodrigo Linfati-Medina¹, Lorena Pradenas-Rojas^{2}, Jacques Ferland³*

RESUMEN

En este estudio se propone y resuelve un modelo de programación entera mixta para la planificación táctica de la cosecha forestal. Se considera, el reemplazo de productos, la diferenciación de rodales y canchas de trozado. Las instancias usadas disponen de hasta: 60 rodales, 25 canchas de acopio, 10 clientes, 8 períodos de planificación y 20 reglas de trozado. Considerando, hasta 260000 variables, 4800 enteras y 10000 restricciones y usando el software *Cplex*. En todos los casos, se obtiene el óptimo y se verifica que a mayor número de reglas de trozado, el beneficio alcanzado también es mayor.

Palabras clave: Cosecha forestal, optimización, planificación forestal agregada, programación lineal entera mixta.

ABSTRACT

In this study, we propose and solve a mix Integer Programming model for the tactical planning in forest harvesting. The following elements we considered the replacement of products, the stand differentiation places of bucking. The instances used have: 60 stands, 25 stockyards, 10 customers, 8 planning periods and 20 bucking rules, with up to 260000 variables, 48000 integers and 10000 constraints. We used *Cplex* software and in all cases, we obtained the optimum and we verified that, when there are a greater number of bucking rules, the benefit achieved was also greater.

Keywords: Aggregate forest planning, forest harvesting, mixed integer programming, optimization.

¹Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile. rodrigo@linfati.cl

²Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

³Département d'informatique et de recherche opérationnelle, Université de Montréal, Montréal, Canada. ferland@iro.umontreal.ca

*Autor para correspondencia: lpradena@udec.cl

Recibido: 22.10.2015 Aceptado: 19.06.2016

INTRODUCCIÓN

La adecuada organización de los procesos que implica la industria forestal, es de vital importancia para países exportadores como Chile, Canadá, Suecia, Finlandia y Nueva Zelanda (Rönnqvist 2003), sobre todo cuando es necesario, calzar los procesos naturales de la madera con la demanda por este recurso y otros factores relacionados a la planificación. Esta industria es generadora de diversos productos derivados del bosque tales, como: papel, cartón, celulosa, madera, entre otros y se ha internacionalizando e industrializando cada vez más y con mercados también, más complejos. La demanda y las posibilidades de exportación han aumentado por lo tanto, actualmente el perfeccionamiento en la industria forestal, es más exigente, en comparación a décadas pasadas (Zhang *et al.* 2014). Por ejemplo, para la optimización de la cadena de abastecimiento de ésta industria, en Ramos *et al.* 2015 proponen, el uso de agentes autónomos y especializados entre: aserrado, secado y remanufactura permitiendo, una efectiva negociación y colaboración entre sus integrantes.

El proceso de cosecha forestal corresponde, a la extracción de árboles desde plantaciones de *Pinus radiata*, *Eucalyptus globulus* y *Eucalyptus nitens*, y su posterior trozado para convertirlos en rollizos, con diversos destinos siendo los más recurrentes la exportación, aserraderos, papeleras y celulosas. El proceso consiste, en el volteo, desrame y descortezado (dependiendo del destino y producto a obtener). El volteo, es el corte del árbol en su parte inferior para realizar, el desrame en tierra, con la eliminación de las ramas y conos, dejando el *fuste* completamente limpio.

Para cada fuste existe combinatorias de reglas de trozado para decidir los productos a generar. Las diferentes formas de cortar un fuste dependen de las características del árbol y las opciones de productos a obtener. Algunas características relevantes de un árbol son largo, diámetro, calidad y especie. Las decisiones de trozado de rollizos son irreversibles una vez cortado el *fuste*, no es posible retroceder. Una mala decisión de trozado, puede significar pérdidas de madera y eventualmente generar, productos sin demanda.

Los rollizos son transportados a los aserraderos, plantas de celulosas y puertos (exportación). En los aserraderos, los rollizos se ordenan y se transforman en tablas (Pradenas *et al.* 2013), que se comercializan secas o verdes. Las tablas, son posteriormente reprocesadas, aserradas en escuadrías (dimensiones) más pequeñas, dependiendo de la demanda. También se puede requerir una superficie con menores rugosidades, para esto se realiza un proceso de cepillado (Pradenas *et al.* 2009). En este ámbito, es importante mejorar la productividad de los procesos, Pino-Pinochet *et al.* (2015), propone un modelo de incentivo salarial en una empresa remanufacturera de maderas, asignando recursos económicos concretos provenientes de un mejor desempeño de los trabajadores y permitiendo así, reducir los costos laborales y un mejor uso de la capacidad instalada y por lo tanto, consiguiendo una mayor competitividad de la empresa.

Diversos autores han tratado el problema de cosecha forestal, desde diferentes perspectivas considerando, generación de patrones de trozado o planificación a corto, mediano y largo plazo. Entre los primeros autores que abordan el tema, se encuentra Eng and Daellenbach (1985), con una descomposición de Dantzig Wolfe para determinar el conjunto de reglas de trozado que maximice los ingresos generando, columnas para adicionar nuevos patrones de trozado, con restricciones de demanda y oferta disponible y usando, programación dinámica. Kivinen (2004), usa algoritmos genéticos para generar un sistema de optimización de reglas de trozado con un sólo período. Kivinen (2006) también, genera patrones de trozado con algoritmos genéticos y distribuciones estadísticas para empresas forestales, en Noruega.

La planificación táctica se preocupa de decisiones a mediano plazo, alrededor de 2 a 3 años. Al igual que la planificación estratégica, debe generar decisiones sustentables que no afecten al entorno ni a los recursos utilizados, elegir las mejores técnicas, de extraer la madera y evaluar, todas las ventajas y desventajas de sus decisiones (Ghajar and Najafi 2012). En el estudio de Andalafit *et al.* 2003, consideran un horizonte de planificación de 2 a 3 años y con decisiones sobre: ¿Qué áreas cosechar en cada uno de los períodos?; ¿Qué cantidad de rollizos se debe producir? para satisfacer la demanda agregada de celulosa, aserraderos y exportación. Se ha utilizado un modelo de programación lineal con variables 0-1, con Relajación Lagrangiana y permitiendo el uso de productos de mejor calidad para satisfacer la demanda, es decir, enviar a aserraderos, rollizos de tipo exportación y a celulosa, rollizos de tipo aserradero y exportación además, de la propia calidad solicitada. En Maturana *et al.* 2010 también,

describen las decisiones a tomar a nivel táctico en la cosecha forestal, el nivel de producción de las faenas, control en el nivel de los inventarios, manejo de los recursos existentes y selección del esquema de corte a utilizar para satisfacer los compromisos de demanda que ha adquirido la organización.

Dada la alta complejidad y combinatoria de posibles soluciones en la toma de decisiones, en la cosecha forestal, el problema de planificación táctica continúa siendo un gran desafío para las organizaciones entonces, el objetivo de este estudio es modelar y resolver el problema de planificación táctica en la cosecha forestal, considerando también el reemplazo de productos y la diferenciación de rodales y canchas de trozado. Lo anterior a partir de instancias que simulen las características a las cuales se ven enfrentados las organizaciones que participan en la industria forestal.

METODOLOGÍA

En este estudio, se consideró una empresa forestal que dispone de terrenos con bosques para explotar y satisfacer la demanda de aserraderos, celulosa y exportación. El espacio a considerar, es dividido en uno o más rodales que representan unidades forestales con árboles de la misma especie y edad (rodales homogéneos). Para el problema de Planificación Táctica se consideraron decisiones a nivel de rodales y agregación de las unidades de cosecha.

Cabe señalar que cada rodal abastece sólo a una cancha de trozado y una cancha de trozado puede recibir rollizos de uno o más rodales. Desde las canchas de trozado, se realiza el despacho de productos a cada destino también, con almacenamiento de productos en inventario. Los diferentes clientes (exportación, aserradero, celulosas, etc.) son abastecidos desde las diferentes canchas de trozado. Una cancha puede abastecer parcial o totalmente un pedido de un cliente, quien puede requerir productos desde más de una cancha de trozado. Los rollizos se clasifican de acuerdo a la especie (*Pinus radiata*, *Eucalyptus nitens*, *Eucalyptus globulus*, etc.); producto (Pulpa, Multipropósito, Industrial, Comercial, Clear, Combustible, etc.); calidad (con/sin corteza, podado), largo, diámetro (Lledó 2004). La oferta, demanda e inventarios se expresan en unidades de volumen en metros cúbicos para cada uno de los productos.

Para resolver el problema de planificación táctica en la cosecha forestal, se selecciona la regla de trozado más apropiada para cada uno de los rodales a cosechar, de modo de generar los productos requeridos cumpliendo con la demanda y maximizando las utilidades totales. Además, la posibilidad de entregar al cliente, un producto de mejor calidad que lo solicitado siempre y cuando el reemplazo sea factible, es decir, el producto a enviar cumpla con los requerimientos del cliente.

Formulación

El problema fue formulado como un problema de programación lineal entera mixta, con las siguientes decisiones para cada uno de los periodos:

- ¿Qué rodales cosechar?.
- Regla de trozado a utilizar en cada uno de los rodales a cosechar.
- Cantidad de rollizos a producir.
- Las canchas de trozado que abastecerán total o parcialmente cada uno de los clientes.
- Niveles de inventarios.
- Mejor relación, entre usar rollizos de mejor calidad que la requerida, por cada uno de los clientes, y utilizar, otra regla de trozado.
- Cantidad de productos entregado a los clientes.

Las restricciones naturales del problema son las siguientes:

- Disponibilidad de materia prima (rodales para cosechar).
- Sólo se puede seleccionar a lo más, una regla de trozado por rodal.
- La demanda debe ser satisfecha completamente en el periodo requerido.
- Capacidad máxima de inventarios, en canchas y periodos.
- Inventario inicial de cada producto en cada cancha.
- Envío de materia prima entre los rodales y canchas de trozado.

La formulación utilizada en este estudio, dispone de dos consideraciones adicionales no tratadas en otros trabajos (Pradenas y Ferland 1999): el reemplazo de productos, la diferenciación de rodales y cancha de trozado donde, se realiza el despacho real hacia los clientes. El reemplazo de productos se encuentra tratado en Andalaft *et al.* (2003), con tres calidades y diferenciando tres clases de variables, predefiniendo las restricciones de reemplazo. En cambio, la formulación propuesta en este estudio permite definir los reemplazos, asignando los productos a un conjunto, ya que no necesariamente en todos los casos se puede realizar el reemplazo, para esto se definen los conjuntos: G_p , productos de tipo s a usar en reemplazo de productos del tipo p y $\overline{G_s}$, productos de tipo p satisfechos por productos del tipo s .

En general, la integración de problemas genera problemas más complejos de resolver entonces, a medida que aumenta la capacidad de cómputo, se resuelven problemas con cada vez, más componentes. Ejemplo, en Rönnqvist (2003), la integración de diferentes partes de la cadena forestal y el uso de técnicas sofisticadas de gestión incrementan, el uso de las materias primas y las capacidades productivas instaladas. En el estudio de Escobar *et al.* (2013), se unen decisiones operaciones con estratégicas ya que ambas decisiones están estrechamente relacionadas, en el caso del ruteo de vehículos y la localización de instalaciones.

El modelo de programación matemática lineal entera mixta propuesto, considera los siguientes índices, parámetros y variables:

Índices

NI = Número de rodales, $i = 1, \dots, NI$

NJ = Número de canchas de trozado, $j = 1, \dots, NJ$

NK = Número de clientes, $k = 1, \dots, NK$

Nt = Número de periodos de planificación, en trimestres, $t = 1, \dots, Nt$

NP = Número de productos, $s = 1, \dots, NP$, $p = 1, \dots, NP$

Sj = Conjunto de rodales i que abastecen (entregan producto), a la cancha de trozado j .

G_p = Conjunto de productos de tipo s a usar en reemplazo de productos de tipo p .

$\overline{G_s}$ = Conjunto de productos tipo p , satisfechos por productos de tipo s .

Notar que $p \in G_p, \forall p$ y $s \in \overline{G_s}, \forall s$, un producto puede reemplazarse a sí mismo. Si un cliente ordenó la adquisición de un producto determinado, las compañías forestales pueden cumplir esta orden

con el mismo producto solicitado o usando, un producto de mejor calidad, siendo un reemplazo factible del producto ordenado. En general, el producto enviado es de calidad superior o igual al solicitado, siendo este reemplazo utilizado, solo si es económicamente rentable, es decir, el costo de la utilización de una nueva regla de trozado o la explotación de un rodal adicional, es superior al costo por enviar un producto de mayor valor que el solicitado por el cliente. Los productos reemplazados pueden ser de forma parcial o total.

Parámetros

O_i^{srt} = Cantidad en m³ de producto s , a obtener del rodal i , al aplicar la regla de trozado r y en el periodo t .

$D \min_k^{pt}$ = Cantidad mínima, en m³ del producto p , que demanda el cliente k y en el periodo t .

$D \max_k^{pt}$ = Cantidad máxima, en m³ del producto p , que demanda el cliente k y en el periodo t .

$I \max_j$ = Cantidad máxima en m³, de inventario que se puede almacenar en la cancha j .

p_k^p = Precio de venta de 1 m³ del producto p , al cliente k .

M^s = Costo de 1 m³, del producto s en \$/m³.

T_{jk} = Costo de transportar 1 m³, de producto, desde la cancha de trozado j al cliente k .

F_i = Costo fijo de cosecha para el rodal i , en unidades de \$.

A = Costo de almacenar 1 m³, de producto durante un periodo de tiempo.

Variables

R_i^{rt} = Variable binaria que toma el valor 1, si se utiliza la regla de trozado r , en el rodal i y en el periodo t o 0, en cualquier otro caso.

X_j^{st} = Cantidad en m³ de producto s , en la cancha de trozado j y en el periodo t .

I_j^{st} = Cantidad en m³ de producto s , almacenado en la cancha de trozado j y en el periodo t .

Y_{jk}^{spt} = Cantidad en m³ de producto s , transportado en reemplazo del producto p desde la cancha de trozado j hasta el cliente k y en el periodo t .

G_k^{pt} = Cantidad en m³ de producto p que se entrega al cliente k en el periodo t .

Modelo de programación matemática

$$MAX \sum_{t=1}^{NT} \sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} P_k^p G_k^{pt} - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{s=1}^{NP} \sum_{j=1}^{NJ} M^s X_j^{st} - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{p=1}^{NP} \sum_{s \in G_p} \sum_{k=1}^{NK} \sum_{j=1}^{NJ} T_{jk} Y_{jk}^{spt} - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{r=1}^{NR} \sum_{i=1}^{NI} F_i R_i^{rt} - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{s=1}^{NP} \sum_{j=1}^{NJ} A I_j^{st} \quad [1]$$

Sujeto a:

$$X_j^{st} = \sum_{i \in S_j} \sum_{r=1}^{NR} R_i^{rt} O_i^{str} \quad \forall s = 1, \dots, NP \quad \forall t = 1, \dots, NT \quad \forall j = 1, \dots, NJ \quad [2]$$

$$\sum_{t=1}^{NT} \sum_{r=1}^{NR} R_i^{rt} \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, NI \quad [3]$$

$$\sum_{k=1}^{NK} \sum_{p \in G_s} Y_{jk}^{sp} = X_j^{st} + I_j^{s,t-1} - I_j^{st} \quad \forall j = 1, \dots, NJ \quad \forall s = 1, \dots, NP \quad \forall t = 1, \dots, NT \quad [4]$$

$$\sum_{j=1}^{NJ} \sum_{s \in G_p} Y_{jk}^{sp} = G_k^{pt} \quad \forall p = 1, \dots, NP \quad \forall t = 1, \dots, NT \quad \forall k = 1, \dots, NK \quad [5]$$

$$D \min_k^{pt} \leq G_k^{pt} \leq D \max_k^{pt} \quad \forall p = 1, \dots, NP \quad \forall t = 1, \dots, NT \quad \forall k = 1, \dots, NK \quad [6]$$

$$\sum_{p=1}^{NP} I_j^{pt} \leq I \max_j \quad \forall j = 1, \dots, NJ \quad \forall t = 1, \dots, NT \quad [7]$$

$$I_j^{p0} = 0 \quad \forall p = 1, \dots, NP \quad \forall j = 1, \dots, NJ \quad [8]$$

$$X_j^{st}, I_j^{st}, Y_{jk}^{sp}, G_k^{pt} \geq 0 \quad R_i^{rt} = \{0, 1\}$$

$$\forall i = 1, \dots, NI \quad \forall j = 1, \dots, NJ \quad \forall k = 1, \dots, NK \quad \forall s, p = 1, \dots, NP \quad \forall t = 1, \dots, NT \quad [9]$$

La expresión [1], corresponde a la función objetivo a maximizar, compuesta por los ingresos por venta de rollizos menos los costos de: materia prima (rollizos), transporte desde las canchas de trozado hasta los clientes, asociado a la explotación de un rodal y de inventario.

Las restricciones tipo [2] representan, el proceso de selección de una regla de trozado para cada rodal a través de la variable binaria que determina, ¿Cuál regla se utiliza? y traslada la oferta de productos a la cancha de trozado correspondiente al rodal. Lo anterior, para cada producto, en cada periodo de tiempo y en cada cancha de trozado.

Las restricciones tipo [3] restringen que, solo se puede cosechar como máximo una vez cada rodal y que solo se seleccione una regla de trozado. La sumatoria puede ser cero, en el caso que se decida no cosechar el rodal, para cada uno de los rodales.

Las restricciones tipo [4] corresponden, al balance de inventario en cada una de las canchas de trozado, es decir, la cantidad posible a enviar a los clientes, es igual a lo que viene desde los rodales más el inventario del mes anterior, menos lo que quedará en inventario para el mes siguiente y para cada uno de los productos en cada una de las canchas y cada periodo de tiempo considerado.

Las restricciones tipo [5] son para la degradación de los productos, es decir, a un cliente que demanda un producto de baja calidad, se le puede enviar un producto de mejor calidad, que cumpla los requerimientos cuando, esta alternativa sea más económica que, seleccionar otra regla de trozado para producir el producto en la calidad requerida por el cliente y para cada producto a cada cliente y en cada periodo de tiempo.

Las restricciones tipo [6] definen, el mínimo de producto a enviar a los clientes y el máximo que estos aceptan, para cada producto, para cada cliente y para cada periodo de tiempo.

Las restricciones tipo [7] definen, la capacidad máxima de inventario de cada cancha de trozado, para cada cancha de trozado y para cada periodo de planificación.

Las restricciones tipo [8], corresponde a las condiciones de inventario inicial, del modelo de planificación, para cada producto y cada cancha de trozado.

Las restricciones tipo [9] corresponden a las restricciones de no negatividad.

RESULTADOS

Se generaron siete grupos de problemas de prueba, basados en dimensiones reales de empresas forestales chilenas. En cada uno de estos problemas se usó, números pseudo-aleatorios. Los problemas del mismo grupo comparten, el mismo conjunto de reglas de trozado.

Cada uno de los siete grupos de problemas da origen a dos subgrupos: uno variando el número de periodos de planificación y otro variando el número de reglas de trozado.

Los periodos de planificación considerados son:

- 1 periodo de planificación de 3 meses
- 4 periodos de planificación de 3 meses cada uno, es decir, 1 año
- 8 periodos de planificación de 3 meses cada uno, es decir, 2 años

La cantidad de reglas de trozado consideradas son:

- 5 reglas de trozado
- 10 reglas de trozado
- 15 reglas de trozado
- 20 reglas de trozado

Se observó que el problema con 8 periodos de planificación y el problema con 20 reglas de trozado son iguales, ya que son problemas base, desde el cual fueron generadas las variaciones para cada grupo de problemas de prueba. En Tabla 1, se presenta un resumen, de los tamaños de cada uno de los grupos de problemas de prueba generados, las dimensiones para cada uno de los problemas de prueba evaluados. Por ejemplo, en el problema 4-10 se generó información para 60 rodales, 25 canchas de trozado, 10 clientes, 20 productos, 8 periodos de planificación y 10 reglas de trozado.

Tabla 1. Dimensiones de los problemas de prueba generados.

Problemas N°	N° de Rodales	N° de Canchas de trozado	N° de Clientes	N° de Productos	N° de Periodos	N° de Reglas de trozado
1-1; 1-4	60	25	10	20	1, 4	20
1-5; 1-10, 1-15, 1-20	60	25	10	20	8	5, 10, 15, 20
2-1, 2-4	60	25	10	20	1, 4	20
2-5, 2-10, 2-15, 2-20	60	25	10	20	8	5, 10, 15, 20
3-1, 3-4	60	25	10	20	1, 4	20
3-5, 3-10, 3-15, 3-20	60	25	10	20	8	5, 10, 15, 20
4-1, 4-4	60	25	10	20	1, 4	20
4-5, 4-10, 4-15, 4-20	60	25	10	20	8	5, 10, 15, 20
5-1, 5-4	60	25	10	20	1, 4	20
5-5, 5-10, 5-15, 5-20	60	25	10	20	8	5, 10, 15, 20
6-1, 6-4	30	15	10	20	1, 4	20
6-5, 6-10, 6-15, 6-20	30	15	10	20	8	5, 10, 15, 20
7-1, 7-4	30	15	10	20	1, 4	20
7-5, 7-10, 7-15, 7-20	30	15	10	20	8	5, 10, 15, 20

La implementación computacional se realizó, utilizando la tecnología Concert de ILOG, biblioteca para el modelamiento de problemas de programación lineal y otros disponible para diversos lenguajes de programación como C++, Java, C# en su última versión. En particular, se utilizó el lenguaje de programación C++ en conjunto con la biblioteca antes mencionada obteniendo archivos en formato LP, que pueden ser leídos por una gran variedad de solver de programación lineal. Usando el solver *Cplex* 9.0 de ILOG, en un computador con procesador Pentium M de 1,6 Ghz y 512MB de memoria RAM y con sistema operativo Linux Ubuntu 7.10.

Tabla 2. Tamaño de las instancias de prueba.

Problemas	Modelo Matemático [1]-[9]		
	Número de Variables	Número de Variables Enteras	Número de Restricciones
1-1, 1-4, 1-5	9900, 39600, 72000	1200, 4800, 2400	1285, 4960, 9860
1-10, 1-15, 1-20	74400, 78800, 79200	4800, 7200, 9600	9860, 9860, 9860
2-1, 2-4, 2-5	9900, 39600, 72000	1200, 4800, 2400	1285, 4960, 9860
2-10, 2-15, 2-20	74400, 78800, 79200	4800, 7200, 9600	9860, 9860, 9860
3-1, 3-4, 3-5	9900, 39600, 72000	1200, 4800, 2400	1285, 4960, 9860
3-10, 3-15, 3-20	74400, 78800, 79200	4800, 7200, 9600	9860, 9860, 9860
4-1, 4-4, 4-5	9900, 39600, 72000	1200, 4800, 2400	1285, 4960, 9860
4-10, 4-15, 4-20	74400, 78800, 79200	4800, 7200, 9600	9860, 9860, 9860
5-1, 5-4, 5-5	9900, 39600, 72000	1200, 4800, 2400	1285, 4960, 9860
5-10, 5-15, 5-20	74400, 78800, 79200	4800, 7200, 9600	9860, 9860, 9860
6-1, 6-4, 6-5	7700, 30800, 58000	600, 2400, 1200	845, 3290, 6550
6-10, 6-15, 6-20	59200, 60400, 61600	2400, 3600, 4800	6550, 6550, 6550
7-1, 7-4, 7-5	32900, 131800, 259600	600, 2400, 1200	845, 3290, 6550
7-10, 7-15, 7-20	260800, 262000, 263200	2400, 3600, 4800	6550, 6550, 6550

En Tabla 2, se dispone del número de restricciones y el número de variables (totales y enteras) para 42 problemas de prueba. En el caso de los problemas 4-10, se tienen 74400 variables para el modelo matemático, ecuaciones [1]-[9], de las cuales 4800 con variables enteras y 9860 restricciones.

Los tiempos de ejecución y valores de la función objetivo para las 42 instancias, se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3. Valor de la función objetivo alcanzada y tiempo de ejecución.

Problemas	Modelo Matemático	
	Valor de la función objetivo en cada problema	Tiempo (s)
1-1; 1-4; 1-5	1024836; 1017636; 987411	0,17; 4,61; 518,04
1-10; 1-15; 1-20	991461; 1001979; 1007949	366,18; 378,11; 598,20
2-1; 2-4; 2-5	1035263; 1113773; 578584	0,16; 1,00; 581,08
2-10; 2-15; 2-20	796794; 996990; 1161936	28,27; 89,12; 50,20
3-1; 3-4; 3-5	3442946; 3435746; 2260478	0,20; 3,03; 0,98
3-10; 3-15; 3-20	2775926; 3304558; 3425810	9,85; 277,53; 69,03
4-1; 4-4; 4-5	9034420; 10633470; 9747780	0,33; 1,65; 1,11
4-10; 4-15; 4-20	10094355; 10383195; 10623870	7,31; 11,50; 5,71
5-1; 5-4; 5-5	3709330; 4166130; 3781750	0,17; 1,18; 1,04
5-10; 5-15; 5-20	3965230; 4141590; 4156530	1,62; 4,84; 7,25
6-1; 6-4; 6-5	1680331; 1696156; 1475725	0,14; 2,64; 596,01
6-10; 6-15; 6-20	1510695; 1686505; 1686502	141,45; 34,20; 68,44
7-1; 7-4; 7-5	1680331; 1696186; 1476640	0,53; 10,47; 95,27
7-10; 7-15; 7-20	1510656; 1686586; 1686646	48,64; 76,78; 52,31

DISCUSIÓN

Cada uno de los siete grupos de problemas planteados, se comportan de manera similar. En la mayoría de las instancias generadas a medida que las reglas de trozado aumentan, el valor de la función objetivo también lo hace. Esto se observa en la Figura 1, donde se muestra el número de reglas de trozado versus el valor de la función objetivo, en la cual se distingue una pequeña pendiente en cada uno de los grupos de problemas, representados por las rectas L1, L2, ..., L7. Un mayor número de reglas de trozado significa evaluar una mayor cantidad de posibles formas de cortar el árbol, obteniendo diferentes productos en cada corte, aumentando las posibilidades de solución que se les otorga al planificador para obtener el mayor beneficio para la empresa. El problema, al ser tratado de forma exacta, se selecciona el número de reglas de trozado necesarias, para encontrar la mejor solución, es decir, la solución óptima del modelo.

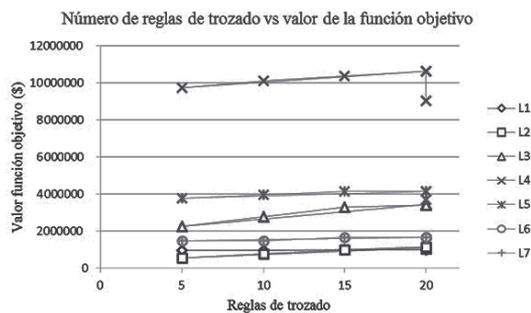


Figura 1. Número de reglas de trozado versus el valor de la función objetivo.

Respecto a los periodos de planificación y el tiempo requerido para obtener una solución, el modelo se comporta de acuerdo a lo esperado, es decir a medida que los periodos de planificación son mayores el tiempo de resolución aumenta. Este aumento es más notorio cuando se pasa de 4 a 8 periodos que de 1 a 4, tal como se observa en la Figura 2 donde, se muestra los periodos de planificación versus el tiempo de resolución. Para un planificador forestal, el tener un mayor número de periodos implica tomar decisiones que no signifiquen aumentar los ingresos en los periodos cercanos al actual que disminuyan los ingresos para periodos más lejanos. El tener un mayor horizonte de planificación permite tomar mejores decisiones estratégicas, pero está sujeto a la disponibilidad de información y la capacidad de cómputo disponible.

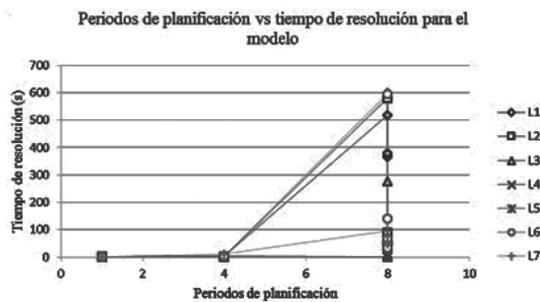


Figura 2. Periodos de planificación versus tiempo de resolución.

Al revisar una relación entre el número de reglas de trozado utilizadas y el tiempo necesario para resolver el problema, no se puede concluir que exista una relación directa o indirecta ya que dependiendo del problema, puede aumentar o disminuir sin un patrón claro de comportamiento para el modelo matemático, ecuaciones [1]-[9] como se observa, en la Figura 3.

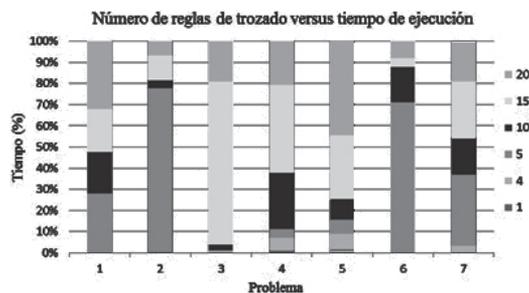


Figura 3. Número de reglas de trozado versus el tiempo de resolución.

En la Figura 3, el tiempo está expresado en términos porcentuales, es decir, es una proporción del tiempo total requerido para resolver el problema con 5, 10, 15 y 20 reglas de trozado. A mayor porcentaje, mayor tamaño del segmento de la barra en la Figura 3 y mayor, es el tiempo requerido para resolver. Si existiera una relación directa entre el número de reglas de trozado y el tiempo de ejecución, a medida que aumenta el número de reglas de trozado aumenta el porcentaje y por lo tanto, el tamaño del segmento de la barra. En el caso que sea indirecta la relación entre el número de reglas de trozado y el tiempo de ejecución se espera, que a medida que aumente el número de reglas de trozado el tamaño de los segmentos de las barras disminuyan.

Cuando es económicamente rentable, la propuesta considera, enviar un producto de mejor calidad al cliente en vez de utilizar, otra regla de trozado para cumplir con el producto demandado. Esta característica diferencia la propuesta del presente estudio, sobre otros relacionados, como el realizado por Vega (2000), que sólo considera optimizar las reglas de trozados y sin considerar los costos de transportes en la cosecha. El modelo matemático propuesto, incluye la cancha de trozado, lugar donde se realiza el trozado del árbol que es abastecida por los rodales y que a su vez abastece a los clientes (mercado).

CONCLUSIONES

El uso de un modelo matemático de programación lineal entera mixta permite a los tomadores de decisiones hacer análisis de la solución obtenida, por ejemplo, proponer: mercados o clientes para los excesos de productos; precios mínimos de venta para estos productos; precios y volúmenes a pagar por productos a otros proveedores y análisis de escenarios para evaluar la inversión en nuevos activos.

En todos los problemas ejecutados (instancias generadas aleatoriamente dentro de los rangos de los problemas reales de la industria forestal chilena), se obtienen soluciones exactas. Los tiempos de ejecución alcanzados son razonables y apropiados para la toma de decisiones.

Existe relación entre los diversos problemas de la industria forestal ya que las entradas de un problema son las salidas de otros, es así como algunos autores han realizado trabajos integrando problemas de planificación de la cosecha forestal con el ruteo y transporte de los productos a sus respectivos destinos. Otra relación posible es unir, los niveles de planificación táctica de cosecha forestal y aserradero.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha sido financiado, por los proyectos: Ecos/Conicyt C13E04, BasalConicyt-FB0816 y FONDECYT 11150370.

BIBLIOGRAFÍA

Andalft, N.; Andalft, P.; Guignard, M.; Magendzo, A.; Wainer, A.; Weintraub, A. 2003. A Problem of Forest Harvesting and Road Building. *Operations Research* 51(4):613-628.

Eng, G.; Daellenbach, H. 1985. Forest Outturn Optimization by Dantzig-Wolfe Decomposition and Dynamic Programming Column Generation. *Operations Research* 33(2):459-464.

Escobar, J.W.; Linfati, R.; Toth, P. 2013. A two-phase hybrid heuristic algorithm for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research* 40(1):70-79.

Ghajar, I.; Najafi, A. 2012. Evaluation of harvesting methods for Sustainable Forest Management (SFM) using the Analytical Network Process (ANP). *Forest Policy and Economics* 21:81-91.

Kivinen, V.P. 2006. A forest-level genetic algorithm based control system for generating stand-specific log demand distributions. *Canada Journal Forest Research* 36:1705-1722.

Kivinen, V.P. 2004. A Genetic Algorithm Approach to Tree Bucking Optimization. *Canada Journal Forest Research* 50(5):696-710.

- Lledó, G. 2004.** Evaluación del Trozado para Rodales de Pino Insigne en Canchas de Forestal BIO-BIO S.A. Informe para obtener el grado de Ingeniero Forestal, Departamento de Ingeniería Forestal, Universidad de Chile.
- Maturana, S.; Pizani, E.; Vera, J. 2010.** Scheduling production for a sawmill. A comparison of a mathematical model versus a heuristic. *Computers & Industrial Engineering* 59(4):667-674.
- Pino-Pinochet, P.; Ponce-Donoso, M.; Aviles-Palacios, C. 2015.** Mejoramiento de la productividad en una industria maderera usando incentivo remunerativo. *Maderas: Ciencia y Tecnología* 17(1):117-128.
- Pradenas, L.; Garcés, J.; Parada, V.; Ferland, J. 2013.** Genotype-phenotype heuristic approaches for a cutting stock problem with circular patterns. *Engineering applications of Artificial Intelligence* 26:2340-2355.
- Pradenas, L.; Alvarez, C.; Ferland, J. 2009.** A solution for the aggregate production planning problem in a multi-plant, multi-period and multi-product environment. *Acta Mathematica Vietnamica* 34(1):11-17.
- Pradenas, L.; Ferland, J. 1999.** "Tree - Bucking Problem Description and Formulation". *Technical Report Department of Computer Science and Operations Research, University of Montreal.*
- Ramos, M.; Manes, T.; Salinas, P. 2015.** Modelo de un sistema multi-agente para la optimización de la cadena de suministros en la industria de la madera de coníferas. *Maderas: Ciencia y Tecnología* 17(3):613-624.
- Rönnqvist, M. 2003.** Optimization in forestry. *Mathematical Programming* 97:267-284.
- Vega, R. 2000.** *Bases generales para el diseño e implementación de un algoritmo eficiente en el problema de trozado de árboles.* Universidad de Concepción, Concepción, Chile.
- Zhang, Y.; Toppinen, A.; Uusivuori, J. 2014.** Internationalization of the forest products industry: A synthesis of literature and implications for future research. *Forest Policy and Economics* 38:8-16.