

Hacia la fabricación digital de estructuras laminares reticulares de madera deformadas elásticamente con mallados ortogonales*

Towards digital fabrication of elastic timber gridshells with orthogonal meshes

Carlos Martínez-Criado¹ [https://orcid.org/0009-0000-8901-4852*](https://orcid.org/0009-0000-8901-4852)

Antonio José Lara-Bocanegra¹ <https://orcid.org/0000-0001-7908-9631>

Antonio Roig¹ <https://orcid.org/0000-0001-5651-1588>

Francisco González-Quintial² <https://orcid.org/0000-0001-6600-6024>

Andrés Martín-Pastor³ <https://orcid.org/0000-0002-5588-2886>

Almudena Majano-Majano¹ <https://orcid.org/0000-0001-5753-3842>

¹Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Madrid, España.

²Universidad del País Vasco. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Departamento de Arquitectura. País Vasco, España.

³Universidad de Sevilla. Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Edificación. Departamento de Ingeniería Gráfica. Sevilla, España.

*Autor de correspondencia: carlos.mcriado@upm.es

* Este artículo es una versión ampliada y revisada por pares del trabajo presentado previamente en el III Congreso Ibero-Latinoamericano de la Madera en la Construcción (CIMAD), celebrado en Madrid, España en junio 2024. Editora Asociada: Laura Moya-Silva

Resumen:

Las estructuras laminares reticulares de madera deformadas elásticamente (*elastic timber gridshells*) destacan por su eficiencia material y sostenibilidad al emplear tiras inicialmente rectas de madera de pequeña sección que se curvan en flexión activa. No obstante, su desarrollo ha estado condicionado por una laboriosa puesta en obra, dependiente de medios auxiliares y de un intensivo trabajo manual *in situ*. El presente trabajo plantea una nueva metodología de diseño y fabricación que integra la eficiencia propia de la flexión elástica con técnicas de fabricación digital mediante maquinaria por control numérico de tres ejes y el uso de uniones carpinteras para fomentar la prefabricación de este tipo de estructuras. Se explora la capacidad de patrones con trayectorias biaxiales para generar mallados perpendiculares, se analizan las ventajas constructivas derivadas y se propone un novedoso concepto de sistema de conexión nodal basado en uniones carpinteras ortogonales integradas en la geometría de las láminas. Esto permite el mecanizado de la estructura empleando tableros estructurales. Los principios del sistema se integran en un flujo de trabajo paramétrico que abarca desde el diseño hasta la fabricación, validado mediante diversos prototipos a escala y un demostrador a escala real de 7,5 m de luz. Los resultados muestran la viabilidad del enfoque propuesto para integrar procesos de fabricación digital y prefabricación *off-site*, favoreciendo la reducción de las operaciones manuales durante el ensamblaje. Finalmente, se identifican las limitaciones del sistema y los principales desarrollos necesarios para su escalabilidad.

Palabras clave: Diseño computacional, estructuras laminares reticulares de madera, flexión activa, mecanizado CNC, prefabricación, uniones carpinteras.

Abstract:

Elastic timber gridshells stand out for their material efficiency and sustainability, as they use initially straight timber laths of small cross-section that are elastically bent into the desired shape. However, their development has been hampered by a labour-intensive construction process, which relies on auxiliary equipment and intensive manual work on site. This study proposes a new design and fabrication methodology that integrates the inherent efficiency of active bending with digital fabrication techniques using three-axis numerical control machinery and carpentry joints to promote the prefabrication of this type of structure. The capacity of patterns with biaxial trajectories to generate perpendicular meshes is explored, the resulting construction advantages are analysed, and a novel concept for a nodal connection system is proposed, based on orthogonal carpentry joints integrated into the geometry of the laths. This allows the structure to be machined using structural panels. The system's principles are integrated into a parametric design-to-manufacture workflow, validated through various scale models and a full-scale 7.5 m span demonstrator. The results show the feasibility of the proposed approach for integrating digital fabrication and off-site prefabrication processes, while contributing to a reduction in manual operations during assembly. Finally, the system's limitations and the key developments required for its scalability are identified.

Keywords: Active bending, carpentry joints, CNC manufacturing, computational design, prefabrication, timber gridshells.

Recibido: 19.09. 2024

Aceptado: 07.10.2026

Introducción

El creciente empleo de madera en la construcción, así como la implementación de nuevas herramientas de diseño computacional ligado a las ventajas que ofrece la fabricación digital han hecho posible realizar, entre otros, impresionantes estructuras laminares reticulares (*gridshells*) de madera. Estas constituyen estructuras muy eficientes a la vez que expresivas, adecuadas para la construcción de cubiertas ligeras de medias y grandes luces, que adquieren gran parte de su rigidez y capacidad portante gracias a su forma. La eficiencia, el atractivo estético y unas exigencias cada vez mayores de una construcción con bajas emisiones de carbono hacen que estas estructuras sean cada vez más interesantes para arquitectos e ingenieros, si bien es cierto que la falta de una técnica constructiva práctica y asequible ha relegado su uso a obras singulares.

Las estructuras laminares reticulares de madera pueden clasificarse en tres grandes grupos según el tipo de elemento utilizado en su construcción. El primer grupo incluye aquellas obras realizadas mediante piezas rectas de madera laminada de gran sección y nudos generalmente metálicos, de gran complejidad, que se ocupan de acomodar los distintos cambios de posición entre los numerosos segmentos como ocurre en *Pods Sports Complex* (Harris *et al.* 2012) o en *Crossrail Place* (Worsfold *et al.* 2018) (Figura 1a). El segundo grupo incluye las *gridshells* construidas mediante piezas curvas de madera laminada (precurvadas). Estas conllevan un proceso de fabricación altamente sofisticado en el que cada elemento se manufactura individualmente. Las distintas piezas suelen presentar curvatura en sus dos ejes de inercia y torsión (Figura 1b) por lo que es preciso el uso de complejos sistemas de laminación y brazos robóticos de 5 ejes para su mecanizado.

En este sentido, la introducción en los últimos años de la fabricación digital ha permitido alcanzar altos niveles de prefabricación y montaje fuera de obra. Son numerosas las ventajas que de ello se derivan como el incremento en la precisión de fabricación, mayor facilidad de ensamblaje o una planificación más eficiente. El Club de golf *Haesley Nine Bridges*, el Centro *Pompidou Metz* (Scheurer 2010), *La Seine Musicale* en París (Stehling *et al.* 2017) o la sede de *Swatch* en Biel (Stehling *et al.* 2020) constituyen algunos ejemplos. El tercer y último grupo lo integran las *gridshells* deformadas elásticamente en las que piezas de madera de pequeña sección e inicialmente rectas se deforman en régimen elástico hasta alcanzar la forma definitiva como en la *PEMADE gridshell* (Lara-Bocanegra *et al.* 2020) (Figura 1c).



Figura 1: Clasificación de estructuras laminares de madera atendiendo al tipo de elemento usado en su construcción. (a) Elementos rectos: *Crossrail Place* (UK, 2015) Foster and Partners. Fuente: Bex.Walton (CC BY 4.0). (b) Elementos precurvados: Centro *Pompidou Metz* (Francia, 2010) Shigeru Ban Architects. Fuente: dalbera (CC BY 4.0). (c) Elementos deformados elásticamente: *PEMADE gridshell* (España, 2017) A. Lara y M. Guaita.

Entre la clasificación abordada, las *gridshells* deformadas elásticamente destacan por la mínima inversión material y la efectividad inherente a emplear elementos rectos muy sencillos de producir, generalmente de madera empalmada. Este tipo de estructuras se han construido tradicionalmente siguiendo dos estrategias principales. Por un lado, el método empleado por el profesor Frei Otto plantea la deformación de una retícula inicialmente plana la cual, tras su erección y fijación, genera mallados de nodos equidistantes (mallados de *Tchebychev*), como es el caso de *Mannheim Multihalle* (Figura 2a), *Savill Garden gridshell* (Figura 2b) o *Weald and Downland Living Museum* (Figura 2c). Estos mallados generan curvaturas y esfuerzos en los dos ejes de inercia de la sección de las láminas, además de torsión, por lo que el perfil de las piezas de madera utilizadas en este planteamiento tiende a ser cuadrado (Lara-Bocanegra 2022).



Figura 2: *Gridshells* deformadas elásticamente construidas siguiendo el método desarrollado por Frei Otto. (a) *Mannheim Multihalle* (Alemania, 1975) Frei Otto y Arup ; (b) *Savill Garden* (UK, 2006) Glen Howells y Buro Happold; (c) *Weald and Downland Living Museum* (UK, 2002) Edward Cullinan y Buro Happold.

Como alternativa a esta estrategia, el ingeniero Julius Natterer desarrolló las denominadas *ribbed shells*, las cuales adquieren su forma mediante el curvado y conexión (generalmente mecánica) *in situ* de delgadas tiras de madera que siguen trayectorias geodésicas. Estos patrones carecen de curvatura geodésica, es decir, sólo se curvan en torno a un eje de inercia de la sección transversal de la lámina. Este hecho permite utilizar láminas muy anchas y delgadas, y obtener estructuras con mayores curvaturas dado el menor espesor de cada capa de la sección compuesta. También se reduce significativamente la posibilidad de rotura durante el montaje (Chilton y Tang 2017). Algunos

ejemplos son el *Polydôme* (Figura 3a), el Centro de terapia equina en *Uzwil* (Figura 3b) o el *Expodach canopy roof* (Figura 3c).



Figura 3: (a) *Gridshells* deformadas elásticamente construidas siguiendo el método desarrollado por Julius Natterer. *Polydôme* (Lausane, 1991) Julius Natterer; (b) Centro de terapia equina (Suiza, 2004) Julius Natterer; (c) *Expodach* (Hannover, 2000) Julius Natterer.

Los métodos expuestos hacen patente la simplicidad en la fabricación y construcción de este tipo de estructuras. Sin embargo, su uso ha quedado relegado a obras singulares al requerir un proceso de puesta en obra generalmente lento y costoso que requiere numerosos medios auxiliares y un laborioso trabajo manual *in situ* para empalmar, cortar, taladrar, unir y curvar las láminas. En este sentido, la adopción de métodos de fabricación digital y prefabricación propios de las *gridshells* precurvadas, manteniendo la eficiencia y simplicidad inherentes a las *gridshells* deformadas elásticamente, puede ayudar en gran medida a recuperar el uso de este tipo de estructuras usando una tecnología contemporánea.

La integración de flexión elástica y fabricación digital está presente en el proyecto Wisdome Stockholm (Niebler *et al.* 2023), el cual constituye el único caso de este tipo hasta la fecha. La estructura consta de una primera capa precurvada y encolada *off-site* que sirve como cimbra para las cuatro capas restantes las cuales se curvan *in situ* en régimen elástico y se laminan mecánicamente a partir de tablas de LVL de 31mm de espesor mecanizadas por CNC. Las distintas láminas se fijan usando tirafondos, así como uniones de tipo clavija en las conexiones nodales y de rasante usando piezas hechas a medida por CNC. Sin embargo, no existe por el momento ningún caso en el que la

fabricación digital se haya implementado en *gridshells* que hayan sido construidas exclusivamente por deformación elástica.

El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar una nueva metodología para el diseño y fabricación de estructuras laminares reticulares de madera deformadas elásticamente mediante la incorporación de diseño paramétrico y fabricación digital, de manera que se plantea una vía para reducir así su dependencia del trabajo *in situ* y de los complejos sistemas de andamiaje y cimbrado hasta ahora necesarios para su construcción. Por ser una tecnología accesible y asequible, se opta por el empleo de maquinaria por control numérico de tres ejes. Además, se adopta el uso de mallados ortogonales y un nuevo concepto de sistema de conexión nodal. En primer lugar, se presentan los fundamentos geométricos relativos a los mallados de *gridshells* realizadas con elementos curvos continuos, analizando las particularidades y ventajas de los principales mallados ortogonales con trayectorias biaxiales. A continuación, se presenta la metodología propuesta de diseño y fabricación, incluyendo los aspectos fundamentales del flujo de información y del desarrollo de los diferentes modelos de diseño, análisis de tensiones de curvado y fabricación. Por último, la metodología propuesta es validada mediante la fabricación de varios prototipos a diferentes escalas, discutiendo los futuros trabajos a realizar para la implementación efectiva del sistema a escala real.

Fundamentos geométricos

Una *gridshell* de madera puede entenderse como una red de delgadas tiras que se extienden sobre la superficie de referencia de la estructura. Los ejes en el espacio de estas láminas, considerados como curvas, tienen su propia curvatura cuyo vector $\vec{k}$ se encuentra sobre el plano osculador de la curva en ese punto (Figura 4). Si se considera la curva en relación con la superficie de referencia que la contiene, la proyección del vector curvatura $\vec{k}$ sobre los vectores $\vec{N}$ (normal a la superficie) y $\vec{G}$

(normal a $\bar{N}$ y al vector tangente a la curva $\bar{t}$, simultáneamente) del triedro de *Darboux* de la curva en dicha superficie da lugar a los vectores curvatura geodésica ($\bar{k}_G$) y curvatura normal ($\bar{k}_N$). Estos quedan alineados con los dos ejes de inercia de la sección transversal de las piezas. La variación de dirección del vector normal a la superficie ($\bar{N}$) a lo largo de la curva se conoce como torsión geodésica y produce el alabeo de las piezas.

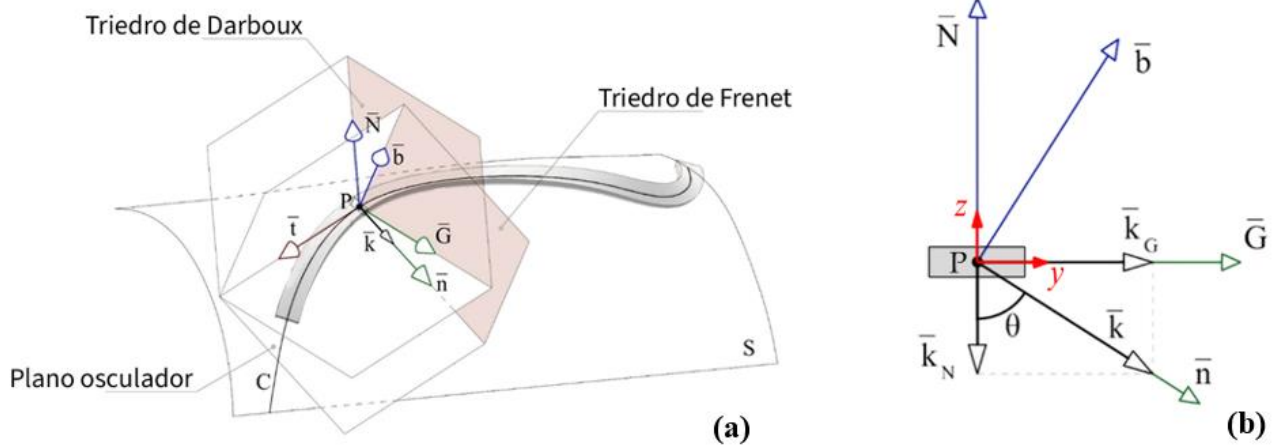


Figura 4: Curvaturas de una lámina de madera sobre una superficie. (a) Relación entre los vectores del triedro de *Frenet* de la curva y el triedro de *Darboux* de la curva sobre la superficie; (b) relación entre las curvaturas en dos dimensiones.

Sobre la superficie existen ciertas trayectorias que eliminan alguna de estas tres componentes las cuales podemos denominar trayectorias biaxiales. Ejemplo de ello son las curvas geodésicas, que sólo constan de curvatura normal y torsión geodésica; las curvas asintóticas, en los que la curvatura normal es cero; o las líneas de curvatura principal (LCP), que siguen las direcciones de máxima y mínima curvatura normal de la superficie y cuentan con torsión geodésica nula. El uso de estas curvas permite, a cambio de cierta restricción formal, simplificar el proceso de fabricación y construcción (Oberbichler *et al.* 2023).

Mallados ortogonales de curvas continuas sobre una superficie

El mecanizado mediante maquinaria de control numérico de tres ejes es una tecnología de fabricación digital accesible que presenta la limitación de generar piezas con caras perpendiculares por ser la dirección de fresado normal al tablero que se mecaniza. Por consiguiente, la implementación de esta técnica en la construcción de estructuras laminares reticulares de madera, en el caso de mecanizarse las láminas de canto, queda estrechamente ligada a la ortogonalidad de los nudos de la malla. A continuación, se aborda la capacidad de las trayectorias biaxiales (geodésica, asintótica y de curvatura principal) para generar mallas perpendiculares incluyendo otra serie de características que son ventajosas en el diseño de *gridshells* deformadas elásticamente, como la presencia de nodos sin torsión, la posibilidad de realizar desfases de la malla con canto constante, la generación de patrones conjugados, la formación de cuadriláteros planos entre los vértices de las caras o la posibilidad de generar tiras desarrollables entre dos curvas de la misma familia.

En este sentido, las curvas geodésicas pueden dar lugar a una malla ortogonal si se trazan como tales sobre una superficie desarrollable (Dellinger *et al.* 2023) en las que el paralelismo entre dichas curvas es posible. Además, dado que los vectores normales a la curva son coincidentes con los vectores normales a la superficie, los nodos carecen de torsión, es decir, que los planos de simetría de las láminas en la dirección perpendicular a la superficie se cortan según dicha normal. Cabe destacar que, si bien no existe torsión en los nudos, esta componente sí está presente a lo largo de la lámina. En cuanto a la cubrición de la estructura, es posible llevarla a cabo mediante tiras desarrollables entre dos curvas de la misma familia (Pottmann *et al.* 2010). Los patrones geodésicos se pueden materializar mediante tiras anchas de poco canto como se ha hecho tradicionalmente en la construcción de las ya citadas *ribbed shells*.

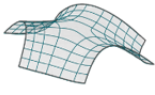
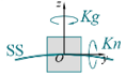
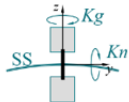
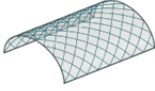
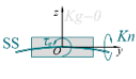
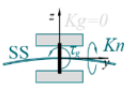
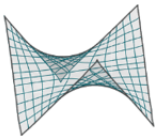
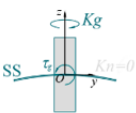
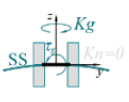
De manera similar, las curvas asintóticas dan lugar a patrones ortogonales cuando se trazan sobre superficies mínimas. Estas superficies anticlásticas cumplen que, para cada punto, la máxima ($\bar{k}_1$) y la mínima curvatura ($\bar{k}_2$) tienen el mismo módulo de manera que $\bar{k}_1 = -\bar{k}_2$. Presentan también nodos

sin torsión y cobran especial interés para la construcción de estructuras materializadas generalmente con tiras anchas cuya dirección mayor queda orientada perpendicularmente a la superficie. Algunos ejemplos pueden encontrarse en (Schling *et al.* 2022) (Schling y Wan 2022).

Por último, las LCP constituyen una opción óptima para generar mallados perpendiculares pues son la única familia de las aquí contempladas que cumplen de forma intrínseca esta cualidad con independencia del tipo de superficie subyacente. La LCP constituyen un tipo de curvas conjugadas (Pottmann 2013), de lo que se deriva que los vectores normales de una familia tomados a lo largo de la otra generan superficies desarrollables a escala infinitesimal, lo que no ocurre en los casos anteriores. Además, los nodos de una misma cara dan lugar a cuadriláteros que, si bien no constituyen una superficie analíticamente plana, la desviación puede llegar a ser aceptable desde un punto de vista constructivo. Las LCP se pueden generar mediante procesos de post-racionalización (Boutillier *et al.* 2024) trazando, desde un punto dado, las trayectorias con torsión geodésica nula (Oberbichler *et al.* 2023).

Sin embargo, estas estrategias de generación, conocidas en inglés como *top-down*, constituyen sistemas de optimización de mallas poco intuitivos. Por el contrario, el empleo de estrategias *bottom-up* o de pre-racionalización suponen una excelente alternativa para arquitectos e ingenieros al permitir generar, mediante una lógica visual, este tipo de estructuras. Mesnil *et al.* 2015a emplean *moulding surfaces* para generar estructuras de nodos rectos con un alto grado de repetitividad. Estas son un caso específico de las superficies de Monge (Mesnil *et al.* 2015b), que generan de manera intrínseca mallas de LCP mediante el barrido de una curva generatriz sobre una directriz según el plano de mínima torsión de esta última (Gonzalez-Quintial y Martín-Pastor 2024). Este método de generación permite dar lugar a una gran variedad de superficies, de manera análoga a las *scale-trans surfaces* (Glymph *et al.* 2004), a través de dos curvas, lo que permite un control preciso sobre la forma y su curvatura.

Tabla 1: Mallados ortogonales de líneas continuas y propiedades asociadas. T_F = nodos sin torsión; H_C = canto constante; C_C = red conjugada; k_n = curvatura normal; k_g = curvatura geodésica; t_g = torsión; P_Q = cuadriláteros planos; D_s = tiras desarrollables.

Curvas	Sup. Subyacente (SS) Condición trayectoria	Sección simple capa	Sección multicapa	T_F	H_C	C_C	k_n	k_g	t_g	P_Q	D_S
 LCP	Forma libre Torsión nula										
 Geodésicas	Superficie desarrollable Sin curvatura geodésica										
 Asintóticas	Superficie mínima Sin curvatura normal										

Metodología propuesta de diseño y fabricación

En este trabajo se propone una nueva metodología para el diseño y fabricación de *gridshells* multicapa de madera deformadas elásticamente empleando mallados ortogonales y fabricación digital. En el diseño de este tipo de estructuras, el espesor de la lámina está muy estrechamente relacionado con el radio de curvatura y su incremento para ganar inercia no suele ser una opción viable. Para dar una respuesta estructural competente generalmente se requiere el empleo de varias capas conectadas entre sí tras el proceso de curvado (sistema multicapa). Se plantea al respecto un novedoso concepto de uniones carpinteras que da respuesta tanto a la unión nodal como a la conexión multicapa mecanizándose de canto sobre tableros estructurales mediante maquinaria por control numérico de 3 ejes (Figura 5). En la solución propuesta, el espesor de la lámina aumenta en los nudos, a diferencia de las soluciones tradicionales, lo que proporciona dos grandes ventajas: por un lado, se elimina la perforación de la lámina para la introducción de pernos o tirafondos (evitando la consiguiente pérdida

de sección y favoreciendo el desmontaje); por otra parte, los esfuerzos de cortante se transmiten por contacto madera-madera lo que mejora cualitativamente la rigidez de la unión.

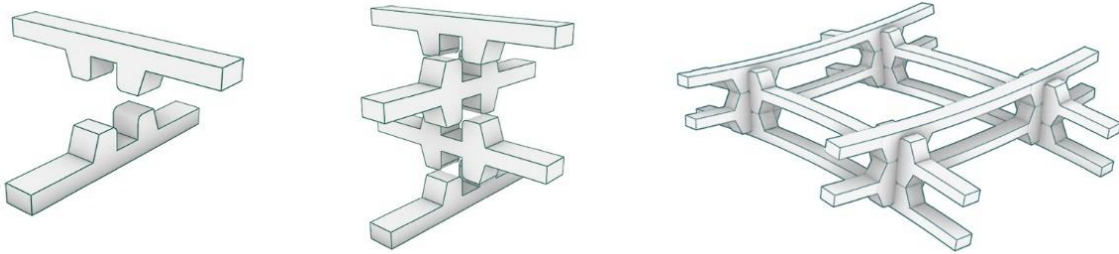


Figura 5: Propuesta conceptual de sistema de conexión nodal y multicapa para *gridshells* deformadas elásticamente con mallados ortogonales.

Flujo de información del diseño a la fabricación

La integración de los principios de la metodología propuesta se lleva a cabo en un flujo de trabajo que consta de un total de cinco modelos. A través de estos, se produce la traducción de la información desde el diseño inicial en tres dimensiones hasta la generación de la geometría necesaria para la fabricación en dos dimensiones. Como se muestra en la Figura 6, el proceso se inicia con una malla ortogonal que constituye el Modelo Básico, generada mediante algunos de los métodos anteriormente expuestos. A partir de esta geometría se obtiene el Modelo de Referencia del cual se pueden extraer paralelamente el Modelo de Análisis de tensiones iniciales de curvado y el Modelo de Detalle. Finalmente, la geometría se desarrolla bidimensionalmente para su mecanizado en el Modelo de Fabricación. Todos los modelos han sido desarrollados exclusivamente usando *Grasshopper*® en el entorno del software *Rhinoceros*®.

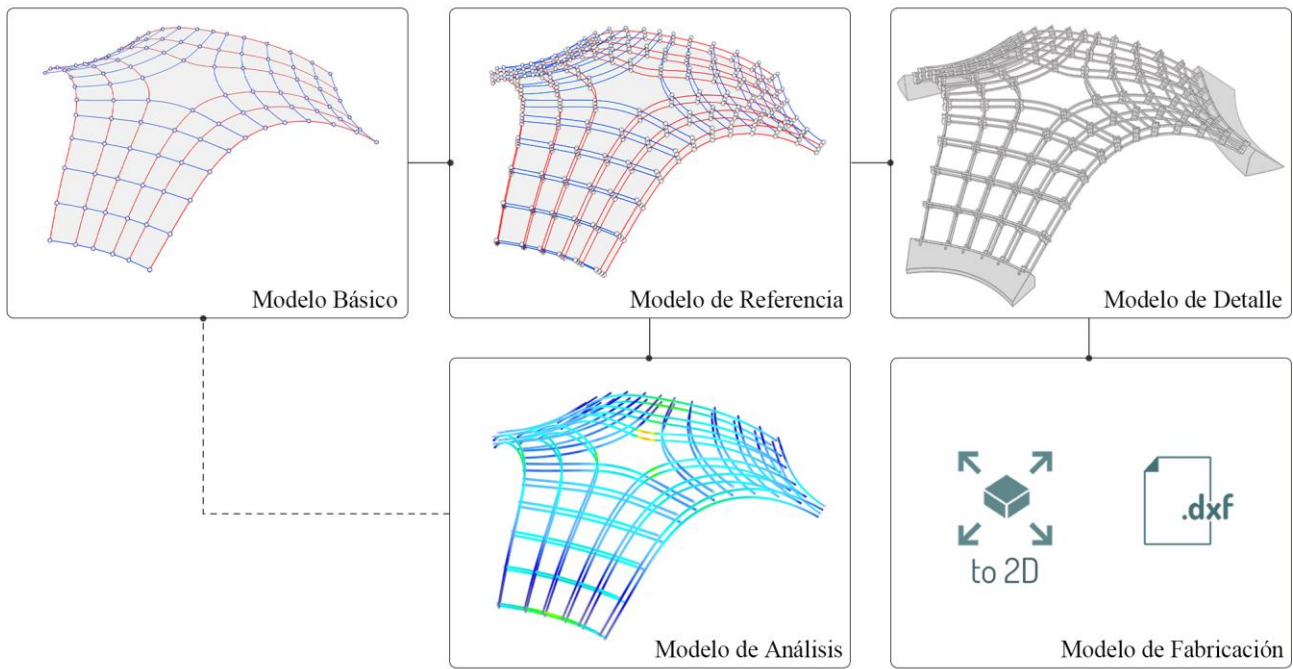


Figura 6: Flujo de información propuesto para la integración de los principios de la metodología.

Modelo de referencia

El Modelo de Referencia está formado por una estructura multicapa alámbrica y contiene la información necesaria para el desarrollo de los modelos restantes. Su obtención viene dada por el desplazamiento de los nodos de la malla inicial según los vectores normales a la superficie de referencia (evaluada en los mismos nodos) una distancia “S” cada vez, dando lugar a un total de cuatro capas consecutivas, dos en cada dirección. Esta distancia “S” es consecuencia directa de la geometría de la unión, que se ha de definir con antelación. De esta forma, para un nodo (N0) sobre la superficie de referencia, se obtienen los nodos N1, N2 y N3 desfasados una distancia S, 2S y 3S, respectivamente (Figura 7).

Los nuevos nodos obtenidos permiten la reconstrucción de las curvas de las tres familias restantes en el espacio. Para ello, se sigue un proceso de interpolación de dichos puntos sobre sus respectivas

superficies de referencias, las cuales se obtienen mediante el desfase de la superficie de referencia original según los múltiplos de la distancia “S”.

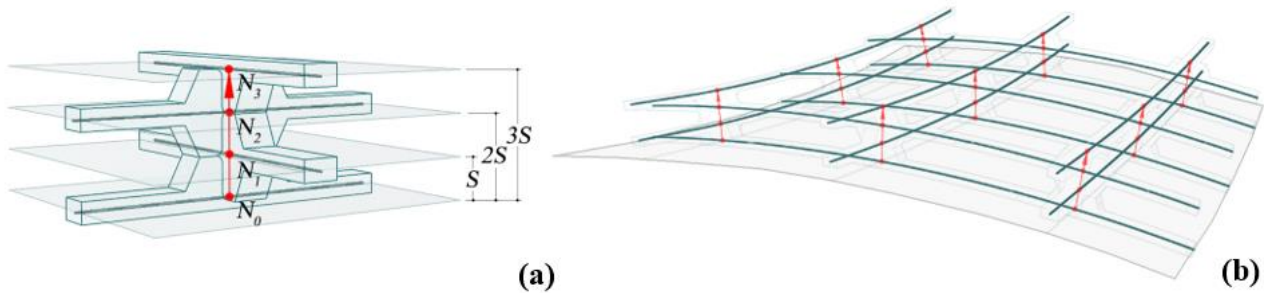


Figura 7: Sistema de generación del Modelo de Referencia. (a) Unión entrelazada y distancias de desfase y (b) ejemplo de la estructura alámbrica multicapa generada.

Modelo de análisis de tensiones iniciales de curvado

El análisis estructural en el flujo de trabajo propuesto puede realizarse en dos etapas: una centrada en el cálculo de las tensiones de curvado y otra en el análisis ante cargas externas. En el Modelo de Análisis que aquí se presenta sólo se aborda el cálculo de tensiones iniciales de curvado pues es el que atañe de manera directa al proceso de diseño y fabricación que se plantea. El proceso se lleva a cabo a partir del Modelo de Referencia tomando las curvas de éste como las fibras neutras de las láminas que conformarán la estructura. Siendo el eje “y” y el eje “z” los ejes de inercia de la sección transversal de la lámina en las direcciones tangentes y normal a la superficie de la *gridshell* y “b” y “h” el espesor y canto de dicha sección, las correspondientes tensiones de flexión debidas al curvado de la lámina ($\sigma_{m,y}$ y $\sigma_{m,z}$) se pueden calcular conocidos el módulo de Young del material empleado y las curvaturas geodésica y normal de las curvas de la malla en cada punto, de acuerdo con la Ecuación 1 y Ecuación 2 (Roig *et al.* 2023). La verificación final de la estructura tiene que asegurar que las tensiones no superen la resistencia del material en cada una de sus direcciones de acuerdo con la

Ecuación 3, siendo $f_{m,0,edge,d}$ y $f_{m,0,flat,d}$ las resistencias de cálculo de tabla y de canto del tablero respectivamente.

$$\sigma_{m,y} = k_N E_{edge} \frac{h}{2} \quad (1)$$

$$\sigma_{m,z} = k_G E_{flat} \frac{b}{2} \quad (2)$$

$$U = U_N + U_G = \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,0,edge,d}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,0,flat,d}} < 1 \quad (3)$$

Modelo de detalle

El Modelo de Detalle muestra toda la información relativa a los espesores y dimensiones reales de los elementos constructivos. Supone el modelo digital formalmente más próximo a la geometría construida. La versión tridimensional de las láminas se obtiene realizando operaciones de desfase sobre el Modelo de Referencia en las direcciones normal y tangente a la superficie. Para incorporar la geometría de la unión, se emplea un sistema de planos locales de referencia. La unión se modela en el origen de coordenadas de *Rhinoceros* orientada según el plano global OXY. Por otro lado, en cada nodo de la estructura se genera un plano de orientación local usando las direcciones normal a la superficie y tangente a la curva. Esto permite reorientar la geometría modelada en el plano global a los distintos planos locales tal y como se muestra en la Figura 8 para la capa superior del fragmento de estructura representado. A partir de este modelo se pueden diseñar elementos como los apoyos o cubrición de la *gridshell*.

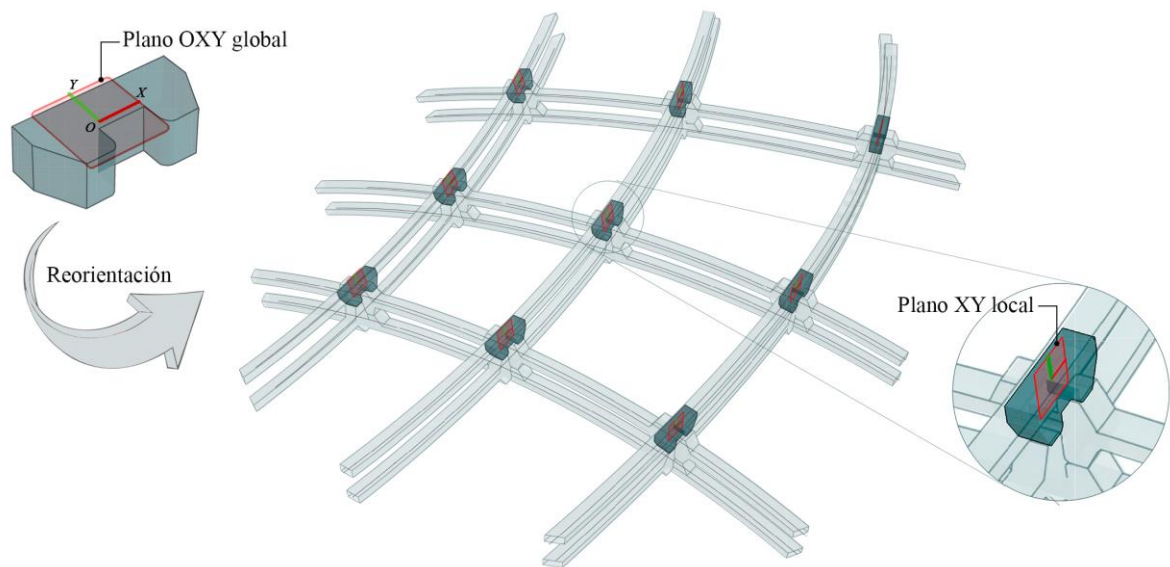


Figura 8: Modelo de Detalle. Estrategia de orientación de las uniones desde el plano OXY global de *Rhinoceros* hasta cada uno de los planos locales de los nodos de la estructura.

Modelo de fabricación

El Modelo de Fabricación alberga la geometría necesaria para el mecanizado de los elementos de la estructura. Para ello, es preciso desarrollar en una geometría recta y bidimensional de los elementos curvados de la estructura, para lo que se plantea una estrategia basada en la medida de las longitudes entre nodos sobre el Modelo de Referencia para cada una de las curvas de la malla. Como se muestra de forma simplificada en la Figura 9, las longitudes ($L_{0,1}$ y $L_{1,2}$) entre los nodos (P_0 , P_1 y P_2) se miden siendo el parámetro empleado en el desarrollo de la lámina en elementos rectos a lo largo del eje X global. Incorporando el canto de la lámina y la geometría de la unión se obtiene la geometría de fabricación final. Esta estrategia permite la fabricación mediante técnicas accesibles como son el fresado mediante maquinaria por control numérico de 3 ejes para estructuras reales o por corte láser para modelos a escala.

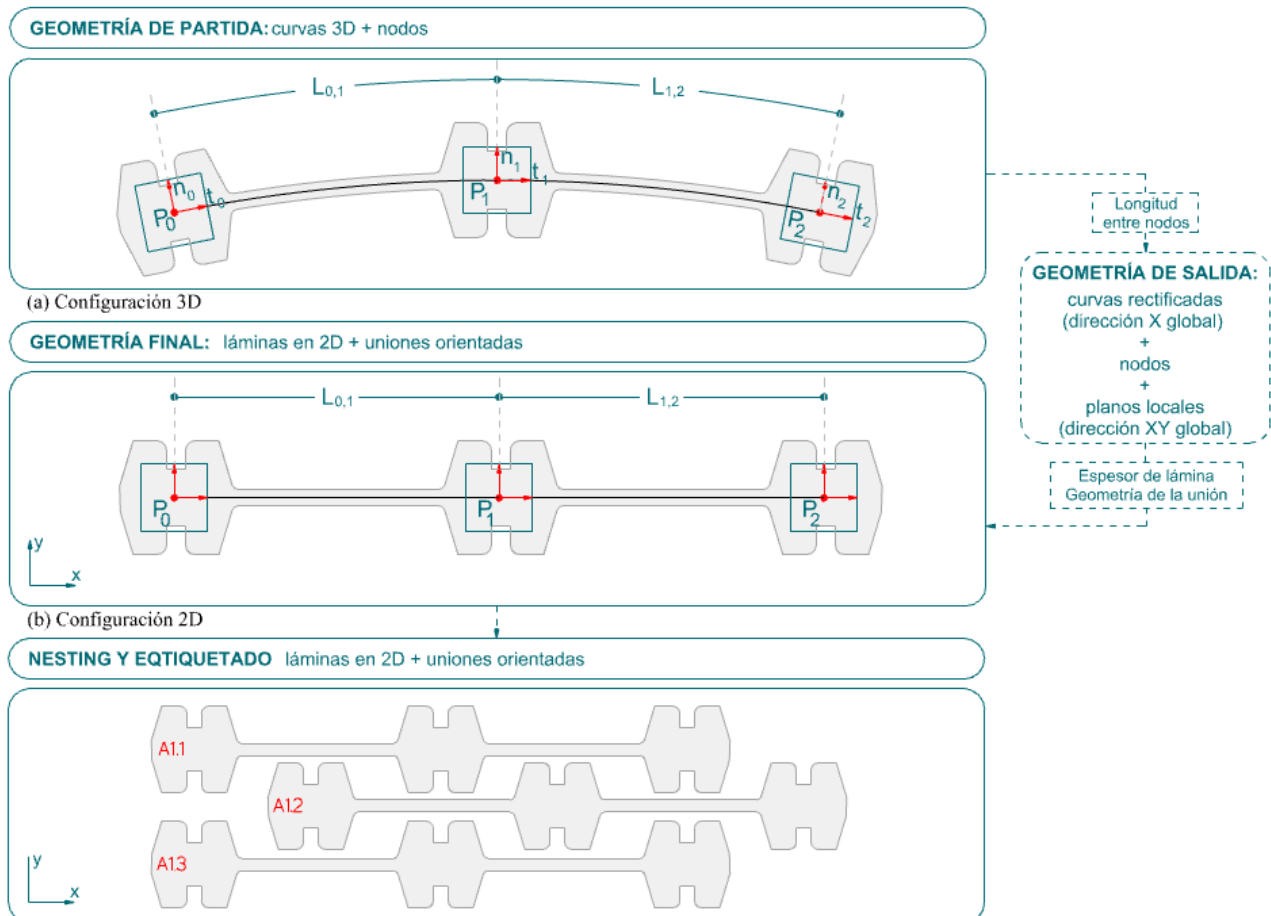


Figura 9: (a) Desarrollo de la geometría curva 3D a (b) la geometría recta de fabricación 2D.

Una vez que se obtiene la geometría de corte, las láminas se etiquetan para facilitar su posterior montaje. En lo relativo al proceso de *nesting*, mediante el que se acomodan las láminas en los tableros sobre los que se mecaniza la estructura, se adopta una disposición contrapeada con el fin de optimizar el uso del material.

Resultados y discusión

Validación de la metodología propuesta mediante prototipos

Empleando el flujo de trabajo propuesto y los conceptos que en él se integran, ha sido posible la construcción de varios modelos a escala (Figura 10 y Figura 11). Esto permite afirmar la validez del método desde un punto de vista del diseño y la fabricación. La Figura 10 muestra el modelo de una estructura generada a partir del trazado de LCP sobre una superficie de referencia previamente definida (Figura 10a); el modelo de una *gridshell* de geometría inspirada en una bóveda gausa generada como una superficie de Monge (Figura 10b); y un modelo de mayor tamaño sobre una superficie sinclástica, siguiendo un proceso de generación similar al anterior (Figura 10c).

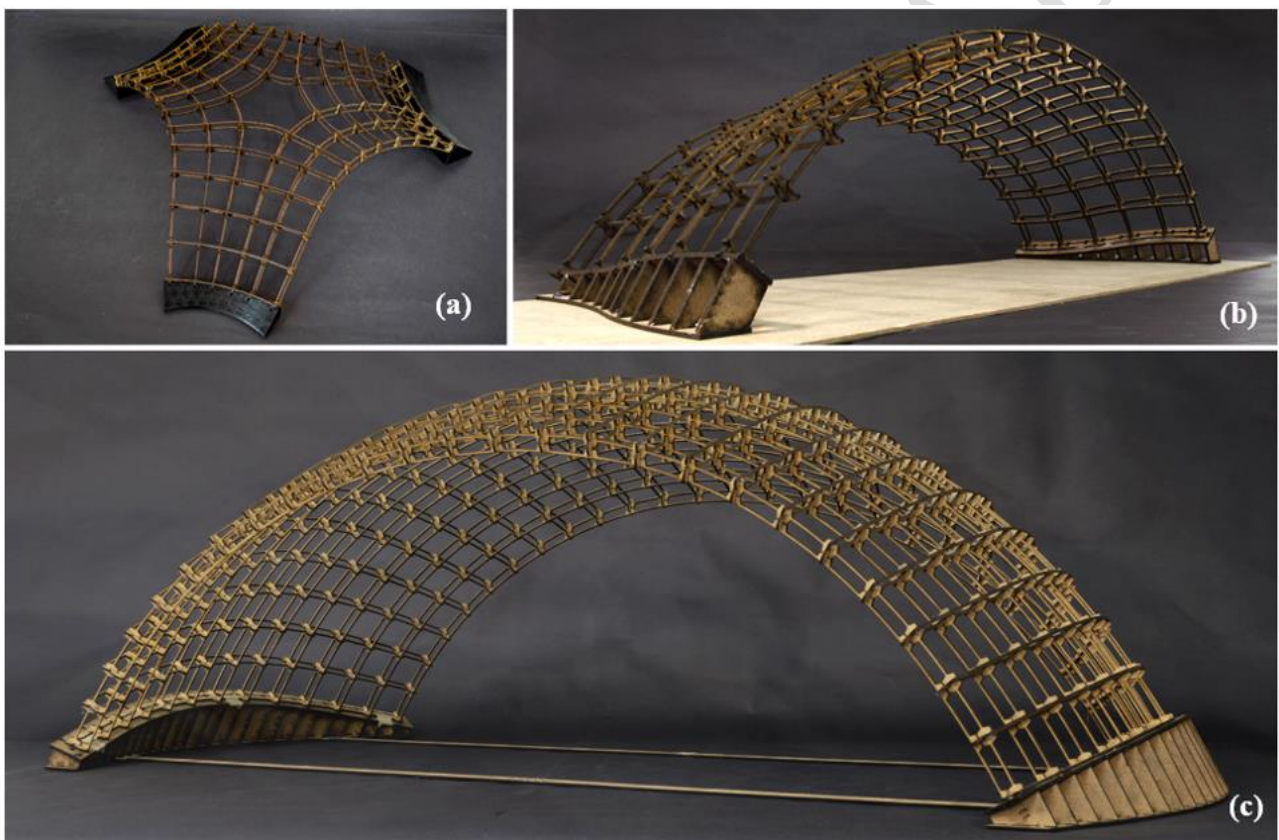


Figura 10: (a) Prototipos a escala. Mallado de LCP sobre superficie predefinida; (b) bóveda gausa; (c) casquete sinclástico con mallado de LCP.

Además, con el fin de demostrar el alcance de la propuesta, se ha diseñado, fabricado y construido un prototipo a escala real. La estructura cubre una luz máxima de 7,5 m entre apoyos y parte de una superficie anticlástica que subyace a un mallado de líneas de curvatura principal con un paso de malla de 50 cm aproximadamente. Se materializa mediante una retícula fabricada en tablero contrachapado de chopo de 25 mm de espesor. Las diferentes capas de la estructura se conectan mediante uniones

carpinteras entrelazadas. Empleando tableros de $2,44\text{ m} \times 1,22\text{ m}$, éstas se fabrican solidariamente junto a las láminas mediante fresado por CNC de 3 ejes. El hecho de integrar las uniones en la geometría de la lámina hace que la puesta en obra se convierta en un problema de ensamblaje únicamente y se constata la viabilidad de la metodología para aproximar las *gridshells* elásticas a procesos de prefabricación e industrialización eliminando en gran medida las operaciones *in situ* (Harris *et al.* 2008). Sin embargo, el hecho de presentar rigidez en los nudos hace que la estructura no se pueda montar mediante la deformación de una malla inicialmente plana (Quinn y Gengnagel 2014), sino que es preciso montar cada lámina de forma individual en su posición definitiva (Natterer *et al.* 2000). La Figura 11 muestra una imagen del prototipo y los distintos modelos del flujo de trabajo necesarios para el desarrollo de la estructura.

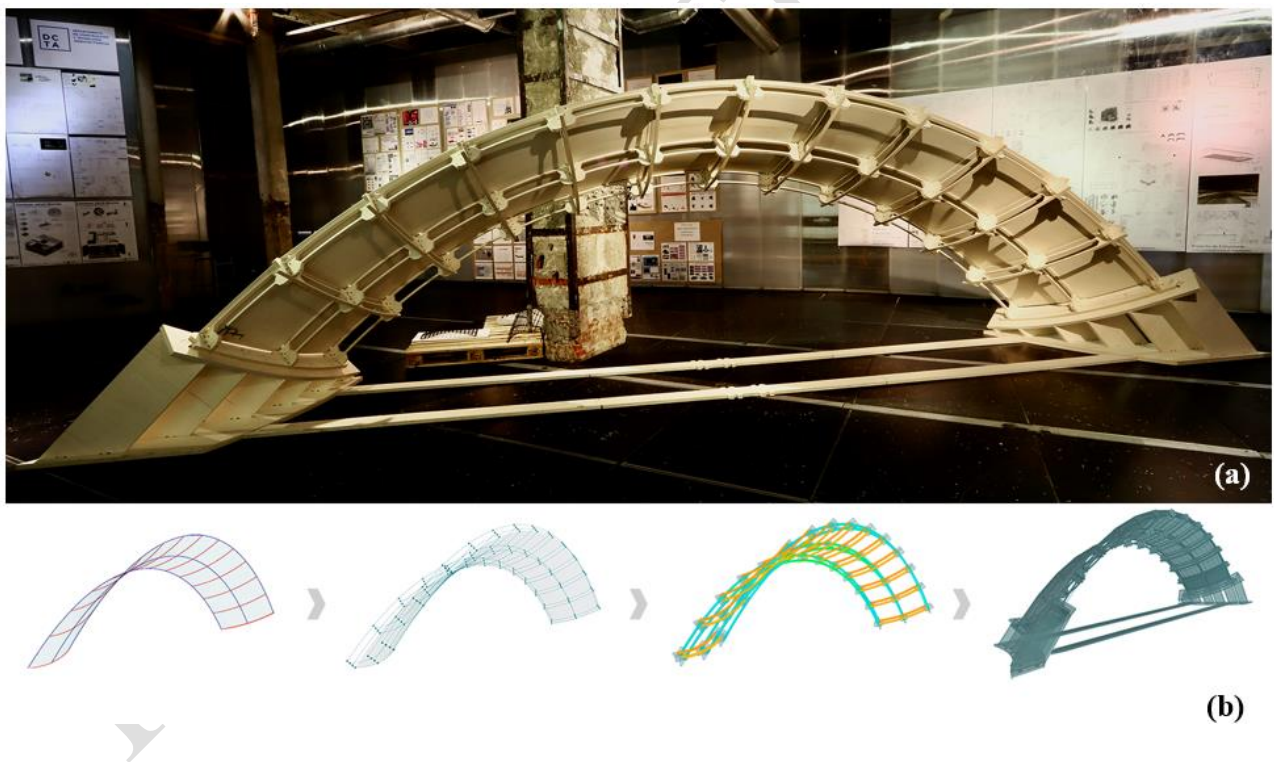


Figura 11: (a) Demostrador a escala real y (b) modelos asociados del flujo de trabajo.

De manera detallada, la Figura 12 muestra, para la familia longitudinal y transversal respectivamente, el Modelo de Análisis de tensiones iniciales de curvado y los índices de aprovechamiento asociados obtenidos aplicando la expresión de la Ecuación 3 a lo largo de las diferentes curvas. Como se puede

apreciar, dichos índices oscilan entre 0,3 y 0,6 en la dirección longitudinal y 0,7 y 0,8 para la dirección transversal. Los valores obtenidos en la dirección transversal son más altos de lo habitual dado el carácter temporal de la construcción y al hecho de que el único caso de carga es el peso propio de la estructura lo que hace que no sea necesario prever una reserva estructural mayor para hacer frente a cargas externas (Lara-Bocanegra *et al.* 2018). Para su determinación se han considerado los siguientes valores como parámetros resistentes del tablero de contrachapado de chopo de 25 mm de espesor: $f_{m,0,edge,k} = 27,30$ MPa, $E_{m,0,edge} = 6165$ MPa, $f_{m,0,flat,k} = 29,80$ MPa y $E_{m,0,flat} = 4557$ MPa.

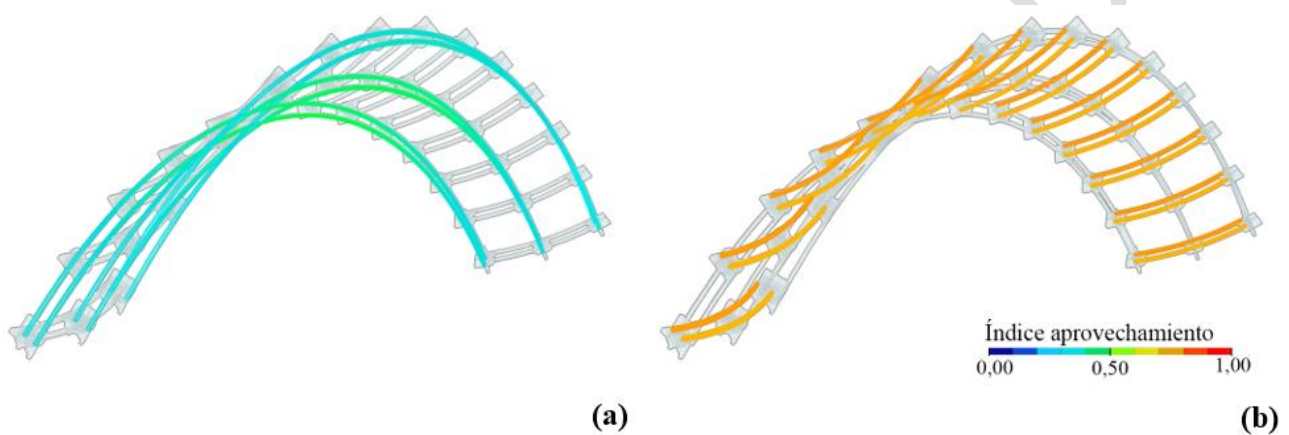


Figura 12: Modelo de Análisis de tensiones iniciales de curvado de las láminas (a) longitudinales y (b) trasversales indicando los índices de aprovechamiento resultantes.

El prototipo se cubre mediante tableros de contrachapado de 3 mm de espesor curvados en régimen elástico. Además, la estructura descansa en los lados cortos sobre sendas bases desmontables mecanizadas sobre tablero contrachapado de chopo de 32 mm de espesor. El diseño de estos elementos se lleva a cabo gracias al Modelo de Detalle como se aprecia en la Figura 13.

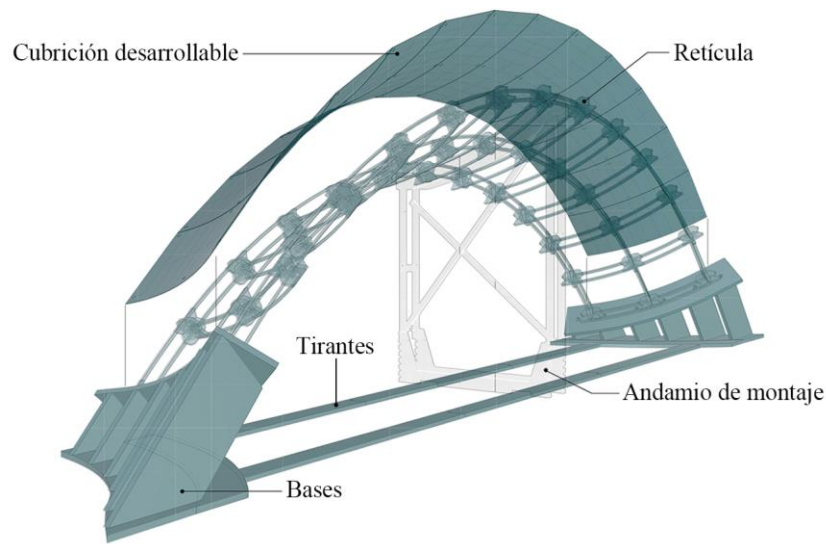


Figura 13: Modelo de Detalle del prototipo.

Los prototipos mostrados permiten constatar que, mediante la integración de la flexión elástica, la fabricación digital y la prefabricación en la metodología propuesta, es posible mantener la eficiencia material derivada de fabricar elementos rectos y muy esbeltos a la vez que se favorece la supresión del trabajo *in situ* y se reduce el empleo de medios auxiliares. Además, el sistema de conexión propuesto permite un ensamblaje rápido y preciso, evita la perforación y consiguiente debilitación de la lámina debido a la pérdida de sección así como facilita la transmisión de los esfuerzos de rasante entre capas por contacto madera-madera. Todo ello expone la viabilidad de una nueva vía hacia la industrialización a través de la fabricación digital de estructuras laminares reticulares de madera deformadas elásticamente.

Limitaciones del sistema y escalabilidad

La metodología propuesta ofrece un gran potencial para la industrialización y prefabricación de *gridshells* de madera deformadas elásticamente. Sin embargo, a partir de los trabajos realizados se

han detectado diferentes limitaciones y necesidades de mejora para su escalabilidad a estructuras permanentes de edificación, las cuales se comentan a continuación.

En lo relativo al flujo de trabajo, es necesario implementar en el modelo básico la consideración de las uniones nodales como elementos rectos que no pueden curvarse debido a su elevado canto. Este aspecto resulta de interés para aumentar la precisión geométrica de los siguientes modelos y, en especial, para evaluar con mayor precisión las tensiones iniciales de curvado de las láminas, las cuales resultan infraestimadas en el modelo actual.

En relación con el material empleado, es necesario utilizar un producto de elevadas prestaciones mecánicas en formato tablero, como sustituto del contrachapado de chopo utilizado en el prototipo. Se plantea el uso de microlaminado (LVL) de coníferas o de frondosas de alta densidad. En este sentido, se espera implementar en futuras realizaciones un LVL de eucalipto blanco (*Eucalyptus globulus* Labill) desarrollado por los autores (Majano-Majano y Lara-Bocanegra 2025). El empleo de este producto permitiría alcanzar grandes curvaturas en seco manteniendo una reserva estructural adecuada.

Además, sería deseable analizar la respuesta global de la estructura mediante pruebas de carga, que incorporen algún tipo de técnica de medición de todos los desplazamientos nodales, como fotogrametría de bajo coste (Ortiz-Sanz *et al.* 2023), a partir de la cual poder calibrar los modelos numéricos.

Así mismo, la escalabilidad y puesta en obra de la estructura se puede ver beneficiada mediante la implementación de un sistema modular que permita la construcción *off-site* y por partes de la estructura. Este enfoque permitiría un alto grado de prefabricación, lo que reducirá significativamente los tiempos de ejecución en obra y el impacto económico de la solución.

Conclusiones

La metodología propuesta constituye una alternativa al diseño tradicional de estructuras laminares reticulares de madera al integrar la flexión activa, las uniones carpinteras y el mecanizado mediante maquinaria por control numérico de tres ejes (o de corte láser para prototipado).

Se aborda la capacidad de las curvas biaxiales de generar mallados de nudos perpendiculares. La elección de uno u otro mallado ofrece numerosas ventajas constructivas que simplifican el proceso de fabricación y montaje de la estructura y de su cubrición, la cual se puede desarrollar mediante elementos desarrollables o cuadriláteros planos. Para la materialización de mallas ortogonales se propone un nuevo concepto de conexión nodal integrada en la geometría de la lámina que permite fabricar los elementos de la estructura usando maquinaria por control numérico de tres ejes sobre tableros estructurales. De este modo, se pueden alcanzar altos niveles de precisión y prefabricación usando tecnología de fabricación digital accesible. Esta solución pretende recuperar las *gridshells* deformadas elásticamente, dependientes históricamente de un intensivo trabajo manual *in situ*, sin perder la eficiencia y sencillez inherente a ellas derivada de la flexión elástica de elementos inicialmente rectos.

Los conceptos mencionados se integran en un flujo de diseño paramétrico y fabricación digital a través del cual se da lugar a prototipos a escala que han permitido validar satisfactoriamente la metodología. La realización de un demostrador a escala real de 7,5m de luz constata la aptitud del sistema para un montaje preciso y sencillo, siguiendo el esquema de montaje de las *ribbed shells*, sin necesidad de realizar operaciones en obra. De este modo, se obtiene una metodología práctica para la construcción contemporánea de estas estructuras ofreciendo un alto potencial de integración en procesos industriales.

Declaración de autorías

C. M-C.: Conceptualización, investigación, metodología, software, validación, redacción- borrador original, redacción- revisión y edición. A. J. L-B.: Conceptualización, investigación, metodología,

supervisión, validación, redacción- revisión y edición. A. R.: Conceptualización, investigación, software, validación. F. G-Q.: Conceptualización, investigación, metodología, supervisión, validación, redacción- revisión y edición. A. M-P.: Conceptualización, investigación, metodología, supervisión, validación, redacción- revisión y edición. A. M-M.: Conceptualización, investigación, metodología, supervisión, validación, redacción-revisión, edición y adquisición de fondos.

Agradecimientos

Esta publicación es parte del proyecto de I+D+i PID2020-112954RA-I00 (Sistema constructivo para estructuras laminares reticulares basado en nuevos productos de madera de altas prestaciones y tecnología de fabricación digital), financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033, cuyo beneficiario es la Universidad Politécnica de Madrid. Agradecemos también a D. José María Herranz, técnico del Taller de Maquetas de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de la Universidad Politécnica de Madrid, por su colaboración en el mecanizado de los modelos.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Referencias

- Boutillier, R.; Douthe, C.; Hauswirth, L.; Baverel, O. 2024.** Topology generation of architectural meshes adapted to the support conditions. In: *Proceedings of the Italian Workshop on Shell and Spatial Structures (IWSS 2023)*. Turin, Italy, pp. 31–40. https://doi.org/10.1007/978-3-031-44328-2_4
- Chilton, J.; Tang, G. 2017.** *Timber gridshells: Architecture, structure and craft*. Routledge: London, United Kingdom. <https://doi.org/10.4324/9781315773872>
- Dellinger, F.; Li, X.; Wang, H. 2023.** Discrete orthogonal structures. *Computers & Graphics* 114: 126–137. <https://doi.org/10.1016/j.cag.2023.05.024>
- Glymph, J.; Shelden, D.; Ceccato, C.; Mussel, J.; Schober, H. 2004.** A parametric strategy for free-form glass structures using quadrilateral planar facets. *Automation in Construction* 13(2): 187–202. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2003.09.008>
- Gonzalez-Quintial, F.; Martín-Pastor, A. 2024.** Monge Surfaces. Generation, Discretisation and Application in Architecture. *Nexus Netw J* 26, 811–828. <https://doi.org/10.1007/s00004-024-00794-9>
- Harris, R.; Haskins, S.; Roynon, J. 2008.** The Savill Garden gridshell: design and construction. *The Structural Engineer* 86(17): 27–34.

- Harris, R.; Gusinde, B.; Roynon, J. 2012.** Design and construction of The Pods Sports Academy, Scunthorpe, England. In: Quenneville, P. (ed.) *Proceedings of the World Conference on Timber Engineering (WCTE 2012)*. Auckland, New Zealand, pp. 510–517. ISBN 978-1-62276-305-4.
- Lara-Bocanegra, A.J. 2022.** Láminas reticulares de madera deformadas elásticamente: Del material a la construcción. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España. <https://doi.org/10.20868/UPM.thesis.70673>
- Lara-Bocanegra, A.J.; Roig, A.; Majano-Majano, A.; Guaita, M. (2020)** Innovative design and construction of a permanent elastic timber gridshell. In: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings*, Vol. 173 No. 5 pp. 352–362. <https://doi.org/10.1680/jstbu.19.00083>
- Lara-Bocanegra, A.J.; Majano-Majano, A.; Arriaga, F.; Guaita, M. 2018.** Long-term bending stress relaxation in timber laths for the structural design of lattice shells. *Construction and Building Materials* 193: 565–575. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.10.224>
- Majano-Majano, A.; Lara-Bocanegra, A.J. 2025.** Mechanical properties of high-performance LVL made from *Eucalyptus globulus* L. In: *Proceedings of the 14th World Conference on Timber Engineering*. Brisbane, Australia, pp. 1158–1165. <https://doi.org/10.52202/080513-0142>
- Mesnil, R.; Douthe, C.; Baverel, O.; Léger, B.; Caron, J.F. 2015.** Isogonal moulding surfaces: A family of shapes for high node congruence in free-form structures. *Automation in Construction* 59: 38–47. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2015.07.009>
- Mesnil, R.; Santerre, Y.; Douthe, C.; Baverel, O.; Léger, B. 2015.** Generating high node congruence in freeform structures with Monge's Surfaces. In: *Adriaenssens, S.; Gramazio, F.; Kohler, M.; Menges, A. (eds.) Proceedings of the IASS Symposium 2015*. Amsterdam, The Netherlands. ISSN 2518-6582 <https://hal.science/hal-01200521>
- Natterer, J.; Burger, N.; Müller A.; Natterer, J. (2000)** Holzrippendächer in Brettstapelbauweise, Raumerlebnis durch filigrane Tragwerke. *Bautechnik* 77 (11) (2000) 783–792. <https://doi.org/10.1002/bate.200006410>
- Niebler, M.; Usai, S.; Antemann, M.; Scheurer, F.; Slabbinck, E. (2023)** Bent-on-Site Flat-Pack Delivery of a Timber Shell. In: *Dörfler, K.; Knippers, J.; Menges, A.; Parascho, S.; Pottmann, H.; Wortmann, T. (eds.) Advances in Architectural Geometry 2023*. Berlin, Boston: De Gruyter, 2023, pp. 69-82. <https://doi.org/10.1515/9783111162683-006>
- Oberbichler, T.; Schling, E.; Bletzinger, K.U. 2023.** Tracing curvature paths on trimmed multipatch surfaces. *Applied Mathematical Modelling* 118: 253–271. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.01.033>
- Ortiz-Sanz, J.; Gil-Docampo, M.; Bastos, G.; Lara-Bocanegra, A.J. 2024.** Fotogrametría SfM de bajo costo para monitorización. *Maderas. Ciencia y Tecnología* 26: e0824. <https://doi.org/10.22320/S0718221X/2024.08>
- Pottmann, H. 2013.** Architectural Geometry and Fabrication-Aware Design. *Nexus Network Journal* 15(2): 195–208. <https://doi.org/10.1007/s00004-013-0149-5>
- Pottmann, H.; Huang, Q.; Deng, B.; Schiftner, A.; Kilian, M.; Guibas, L.; Wallner, J. 2010.** Geodesic patterns. *ACM Transactions on Graphics* 29(4). e43. <https://doi.org/10.1145/1833349.1778780>
- Quinn, G.; Gengnagel, C. 2014.** A review of elastic grid shells, their erection methods and the potential use of pneumatic formwork. In: *Mobile and Rapidly Assembled Structures IV. WIT Transactions on the Built Environment*, vol. 136, pp. 129–143. ISSN 1743-3509. <https://doi.org/10.2495/MAR140111>
- Roig, A.; Lara-Bocanegra, A.J.; Xavier, J.; Majano-Majano, A. 2023.** Design Framework for Selection of Grid Topology and Rectangular Cross-Section Size of Elastic Timber Gridshells Using Genetic Optimisation. *Applied Sciences* 13(1): 63. <https://doi.org/10.3390/app13010063>
- Scheurer, F. 2010.** Materialising Complexity. *Architectural Design* 80(4): 86–93. <https://doi.org/10.1002/ad.1111>
- Schling, E.; Wan, Z. 2022.** A geometry-based design approach. *Journal of Building Engineering* 52: 104432. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2022.104432>

Schling, E.; Wang, H.; Hoyer, S.; Pottmann, H. 2022. Designing Asymptotic Geodesic Hybrid Gridshells. *Computer-Aided Design* 152: 103378. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2022.103378>

Stehling, H.; Scheurer, F.; Roulier, J.; Geglo, H.; Hofmann, M. 2017. From lamination to assembly: Modelling the Seine Musicale. In: *Fabricate 2017*. UCL Press: London, United Kingdom, pp. 258–263. <https://doi.org/10.2307/j.ctt1n7qkg7.39>

Stehling, H.; Scheurer, F.; Usai, S. 2020. Large-scale free-form timber grid shell. In: *Fabricate 2020. Making Resilient Architecture*. UCL Press: London, United Kingdom, pp. 210–217. EISBN 978-1-78735-811-9 <https://doi.org/10.2307/j.ctv13xpsvw.32>

Worsfold, T.; Bryant, M.; Crack, J. 2018. Design of Canary Wharf Elizabeth line station and Crossrail Place oversite development. *The Structural Engineer* 96(7): 78–83. <https://doi.org/10.56330/GYNO2629>

PAPER ACCEPTADO