LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LOS OBJETIVOS TRANSVERSALES.

Mario Castillo Peñailillo
Profesor de Educación General Básica
Profesor de Estado en Matemática
Magister en Educación

INTRODUCCIÓN

Podríamos decir que todos los escritos sobre la Educación Matemática, y especialmente, aquella destinada a formar las bases que ella tiene, pretenden formar educandos que no teman al lenguaje de esta ciencia.

De por sí la matemática es muy simple, siempre que se respete su jerarquización, lo que implica que cada contenido debe ser tratado, de tal manera, que su dominio sea evaluado en forma excelente. Sólo así se podrá evitar este alejamiento intelectual de esta ciencia, porque, como se ha demostrado últimamente, con el desarrollo de las teorías del aprendizaje en el campo de la psicología, estos conocimientos con bases sólidas, contribuyen precisamente, al desarrollo intelectual, la formación de valores, la ética y la moral que un país necesita para su crecimiento.

Dos tareas importantes debemos enfatizar a través de este artículo, para todo proceso de aprendizaje, el que debe contemplar dos grandes pilares:

. la adquisición de conocimientos
. el desarrollo de facultades intelectuales.

LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Durante el presente siglo y, especialmente, en las últimas décadas, se ha estado dando a conocer diversas teoría acerca del aprendizaje. Este hecho es una demostración fehaciente de la preocupación de cómo aprende el ser humano. Valiosos aportes han entregado los científicos e investigadores al respecto, especialmente, en el campo déla psicología. Sus interesantes hallazgos se traducen en aplicaciones en la pedagogía.

La psicología moderna, en efecto, contempla entre sus subespecialidades al área del aprendizaje que tiene sus raícesenescuelasfilosóficas. esdecir, encornó llegamos a conocer el mundo que nos rodea. Esta inquietud científica repercute, indudablemente, en el acontecer de la educación en todos los sectores de los niveles de enseñanza de la educación chilena. No es ésto una novedad. Desde la formalización de Programas y Planes de Estudios se ha tenido que mirar hacia el norte que orientan los procesos de aprendizaje, lo que ha implicado que cada cieno tiempo se reformulen los esquemas de enseñanza bajo el nombre de **Reformas** Educacionales, dada la repercusión que tiene el avance de las diversas teorías del conocimiento humano, en los diferentes contenidos programáticos.

Ninguna de las asignaturas que componen los Planes de Estudios han escapado a este devenir que producen los cambios en el sistema educacional. Uno de los focos de mayor atención en este sentido, se concentra en la enseñanza de la ciencia en todos sus ámbitos. Podemos afirmar que, con algunos grados de diferencias en su desarrollo, todos los países tienen esta preocupación. Unos han encarado mejor que otros este problema, que tiene que ver directamente con el desarrollo de los países. Entre estos diversos ámbitos científicos, queremos especificar el de la ciencia matemática: una ciencia eminentemente deductiva que aporta modelos abstractos para el desarrollo de otras ciencias y actualmente, de la tecnología.

Se puede afirmar que la matemática es una ciencia que ha logrado afianzarse desde la elaboración de un conjunto de axiomas que dan fuerza al método que se le ha denominado: método **deductivo,** con el que ha ido creando un cuerpo de conocimientos que va evolucionando en el tiempo, jerarquizando un edificio cuyos compartimientos se van levantando uno tras otro en forma lógica y en cuya base existen cimientos sólidos que han permitido, incluso, ir más allá de la realidad del mundo físico que nos rodea. Tal es el caso del viaje a la luna: cuando la primera nave espacial tripulada llegó a este satélite, en la tierra se conocían las coordenadas de toda su trayectoria hasta su llegada al suelo lunar; se comprobó, allí, que la atracción de la luna sobre sus objetos era la ya calculada, sin experimentación directa, por cálculos matemáticos.

Es más, con el método deductivo se fortalece toda la ciencia al encontrar un camino lógico que lleva implícito la investigación y el modelo teórico que necesitan la física, química, ciencias sociales, economía, etc.

No cabe duda, entonces, que el desarrollo de esta ciencia tiene una herramienta poderosa que ha permitido la formulación de diversas teorías al interior mismo de ella, como lo son la teoría de número, la teoría de grupo, análisis, etc. que se nutren a su vez de otras teoría como la de conjunto y lógica, que la han llevado a convertir en un lenguaje universal de todo conocimiento del ser humano.

Ello implica la necesidad imperiosa de sumergirse en él para empezar a caminar en el campo de la ciencia y comprender, además, otras disciplinas. Y al hacerlo es necesario buscar las mejores estrategias para introducirse en su simbología.

A esta finalidad se ha destinado la Didáctica de la Matemática, que recoge los contenidos de la ciencia formal para orientarlos hacia una ciencia aplicada donde la experimentación tiene su expresión más resonante en el método inductivo. Este método complementado con las teorías del aprendizaje desarrolladas por la psicología, cumple con los requisitos necesarios de las exigencias de un método activo, que se sugiere para un proceso de aprendizaje, el que debe considerar el desarrollo integral de cada ser humano.

De aquí se deduce uno de los fundamentos de la educación formal que debe orientar los fines y valores que pretenden integrar a la sociedad un sujeto capaz de comprender la naturaleza, las relaciones sociales, interiorizarse de su desarrollo y cooperar a que éste siga su evolución en beneficio de todos los habitantes del planeta. Esto, indudablemente, lleva implícito una formación ecológica y moral que transversaliza todos los aprendizajes.

Una recomendación importante ha surgido últimamente en el campo de la psicología del aprendizaje. Se teoriza que todo conocimiento científico ha de servirpara que el proceso de aprendizaje conlleve la adquisición de conocimientos y el desarrollo de factultades intelectuales en cada persona, simultáneamente. Esta situación, de por sí difícil y comprometedora para la educación formal, constituye uno de los más serios problemas con el que se enfrenta la educación matemática. Y obliga a buscar nuevas estrategias adecuadas para estudiar debidamente las estructuras matemáticas.

Esto incide en un trabajo fundamental, que básicamente consite en operacionalizar el discurso que cada vez se hace más recurrente en las teorías de aprendizaje. También nos inquieta el responder cómo guiar debidamente el lenguaje matemático.

La afirmación anterior sobre la simultaneidad del desarrollo del proceso de enseñanza con el de las facultades intelectuales, es un punto de vista que no podemos dejar de analizar. Desarrollar los conceptos matemáticos para que éstos se conviertan en armas para el desarrollo de las facultades intelectuales implica poner en acción diversas actividades que estén de acuerdo con la edad mental de los estudiantes. Sin considerar esta última afirmación, no será posible formar conceptos matemáticos y, por ende, una educación memorística y de aplicación de reglas sin su debida formación conceptual, echará por tierra cualquier intento por conocer este lenguaje tan significativo en la cultura humana, y por sobre todo, no se contribuirá al desarrollo de las facultades intelectuales. En este caso, la educación formal no estaría cumpliendo uno de los objetivos fundamentales de la educación, que consiste en desarrollar la inteligencia del ser humano.

Los actuales programas que está poniendo en marcha el Ministerio de Educación contienen objetivos fundamentales mínimos que deben cumplirse a través de contenidos básicos en cada sector o subsector que componen el Programa General. Se insiste en que todo aprendizaje debe partir de la realidad y la experiencia que los niños traen al llegar a la escuela.

1 CASTILLO, Mario"El sector de aprendizaje de las matemáticas de los Planes y Programas de Estudios para el 1° y 2° año de la Educación General Básica". Revista Horizontes Educaciones N° 2, pág. 30: Principios del Método Activo. Año 1997.

Veamos un ejemplo:

Cuando los alumnos(as) ingresan a la educación formal llegan con un bagaje de conocimientos adquiridos en el seno familiar o en el grupo que le ha correspondido relacionarse en su comunidad. Se comunican verbalmente, relacionan, cuentan, realizan algunas operaciones sin recurrir a símbolos. Toda esta experiencia debe canalizarse gradualmente para que se vayan captando símbolos que representan un accionar, generalidades que se observan en la naturaleza y que pueden expresarse con un nuevo lenguaje.

Este es el caso del Subsector de Educación Matemática en cuyos programas se explícita la tarea de iniciar a los educandos en el mundo de la aritmética con una terminología compuesta por 10 términos: el conjunto de los dígitos. Sin embargo, para que éste se estructure mentalmente, es necesario que los alumnos asimilen conscientemente la formación de cada uno de los términos que componen los dígitos: cada dígito corresponde a una estructura matemática. Para formar cada una de estas estructuras mentales se utiliza la experiencia a que hace alusión el Programa. Esto significa, llevar el mundo de cada niño a las aulas escolares, donde el juego o los juegos que ellos han practicado se constituyan en un punto de partida para formar conjuntos y observar las generalidades de aquellos. Por ejemplo, la cantidad de elementos que contienen los conjuntos que se forman. Así podrá clasificar todos los conjuntos que tienen un elemento; dos elementos; tres elementos; cuatro elementos;, etc. Y en cada uno de ellos, seriar sus elementos, es decir. ordenarlo del primero hasta el último, de tal manera que, el último elemento del orden de un conjunto señale o coincida con la cantidad que este conjunto tiene.

De estas generalidades cuantitativas de los conjuntos, (previa otras actividades como la del contar, ordenar, etc.), irá surgiendo muy lentamente la simbolización que corresponde a estas actividades, especialmente las que orientan las estructuras mentales de clasificar y seriar conjuntos con elementos concretos y que deben eferctuarse en la forma más real posible, y en un comienzo con los mismos elementos que el niño maneja en su vida cotidiana.

Este comienzo es quizás uno de los más importantes parael aprendizaje matemático: se leestán entregando las bases de los símbolos que maneja verbalmente a símbolos que representan una generalidad. (Algo similar ocurre con el aprendizaje del idioma materno. Los distintos métodos de lectoescritura permitirán ir formando el lenguaje escrito con el que podrá comunicarse simbólicamente).

Por ello adquiere una relevancia insospechada el estructurar el conjunto de los dígitos bajo la premisa de las dos grandes tareas que. para mayor claridad, remitiremos al esquema siguiente.

Dos tareas fundamentales en la **Didáctica de la** Matemática

PROCESO DE APRENDIZAJE

ADQUISICIÓN DE CONOCIMIENTOS	DESARROLLO DE FACULTADES INTELECTUALES

El estructurar el conjunto de los dígitos tiene, entonces, metas bien significativas, entre las que podemos destacar

. Iniciar a los alumnos en el descrubrimiento de un conjunto finito de símbolos que le permitirá leer y comunicar experiencias.
. Relacionar los conjuntos para, a partir de observaciones cualitativas, llegar al proceso cuantitativo que significa contar racionalmente indicando la simbolización que corresponde.

Este es el mensaje que envían las teorías del aprendizaje a la Didáctica de la Matemática: sin acelerar el proceso formar la base del lenguaje aritmético, sin presiones ni repeticiones llenando páginas con cada dígito, actividad que se ha repetido por tanto tiempo en unestro país, y que aún no logra superarse. La repetición por repetición termina angustiando a muchos niños, porque ello conlleva un desarrrollo integral como es el de la coordinación motora, ubicación espacial, etc. De seguir estas nuevas indicaciones, cada símbolo numérico surgirá en forma natural y su evaluación también puede hacerse en forma de juego: se muestra un símbolo numérico, por ejemplo, el número 8 y los alumnos forman en su taller un conjunto con 8 elementos. Con esta actividad ya se está logrando una generalidad y lo más importante lo constituye el proceso reversible que alli se logra. Esto es. formar conjuntos y asignarle un símbolo, luego mostrar un símbolo numérico para que se formen los conjuntos que el símbolo indica.]

Otro paso difícil, por su estructura y simbología. será formar el concepto de decena con la que podra extender la numeración comprendiendo el valor relativo de la cifra en el sistema decimal cuya característica esencial es ser posicional. Actividades novedosas para la formación de un conjunto de 10 objetos dará motivo para realizar una verdadera creación en la artimética inicial, al formar el número 10.

Este punto de vista de estimar que la formación de estructuras mentales conlleva al desarrollo de estructuras intelectuales, nos hace pensar que toda la educación matemática debe serenseñada. detal manera, que los alumnos adquieran cada conocimiento como una sola estructura que ha de permitir el paso lógico a la que sigue. Las propiedades de las operatorias deben ser analizadas en un esquema similar: de diversos ejercicios que correspnden a situaciones particualres debe surgir la generalidad que hará descubrir el mecanismo racional de ella. Tenemos el ejemplo de la propiedad conmutativa de la adición en conjunto de los números naturales:

. formación de dos conjuntos en un orden determinado.
. identificar cada conjunto con el numeral o símbolo que le corresponde.
. obtener el resultado que significa cardinalizar la unión de estos conjuntos en un sólo conjunto.
. del todo formado, separar nuevamente en los conjuntos iniciales.
. realizar la misma operación anterior.
. descubrir después de muchos ejercicios similares que todos los resultados son los mismos.

En términos generales, podemos esquematizar esta acción utilizando los símbolos de la siguiente manera:

$$\boxed{\begin{array}{l} 3 + 4 = 7 \\ 4 + 3 = 7 \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} 12 + 8 = 20 \\ 8 + 12 = 20 \end{array}}$$

Siguiendo un orden creciente de dificultades que significa pasar de los dígitos a la unidad de segundo orden que es la decena, para proseguir con las unidades de tercer y cuarto orden, etc. podemos llegar a una generalidad asimilada en su concepto y simbolización:

$$\boxed{\begin{array}{l} a + b = c \\ b + a = c \end{array}}$$

Debemos pensar, frente a esta última expresión, de la propiedad conmutativa, que a ella se llega después de un largo recorrido en el tiempo escolar: desde el pri mero a octavo año básico, este último curso en el que puede dar esta generalidad. Esta trayectoria que hemos analizado someramente, es un camino que la lógica de la didáctica matemática, indica para lograr estructurar una mente deductiva. Esto es, partiendo de la realidad, problematizando situaciones contingentes y utilizando el método inductivo (de varios ejemplos obtener la propiedad de una operación), se puede llegar en forma natural a plantear la propiedad desde un punto de vista deductivo.

Es conveniente reforzar esta idea. Es decir, desde el método inductivo llegar a un proceso deductivo y reversiblemente desde la propiedad deductiva analizar situaciones parucualres.

Nos parece que un ejemplo geométrico puede expresar con mayor claridad este largo proceso inductivo-deducth o-inductivo.

Veamos a grandes rasgos el largo camino que se debe seguir desdeel primer año hasta octavo, curso en el que se podrá analizar deductivamente, la siguiente propiedad:

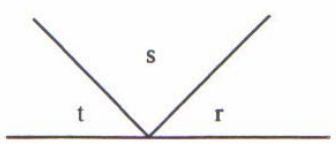
> La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo, es igual a 180 grados.

Este esquema mental empieza a elaborarse, casi con inocencia desde el primer año básico, con los contenidos mínimos que propone el programa para el capítulo de la geometría básica o euclidiana.

En efecto, partiendo de la realidad, observando cuerpos reales, llegar a la conclusión que la naturaleza nos provee de ejemplos de regularidades en los objetos naturales. (Un sólo ejemplo basta para ello, la forma simétrica que tienen muchas hojas de distintos árboles permitirán observar la idea de simetría).

Es decir, esquematizando este accionar didáctico desde las bases, podemos, aunque sea groseramente, indicar los siguientes aspectos relevantes de esta singular propiedad que se cumple para un triángulo cualesquiera:

. Cuerpos de la naturaleza, reconociendo formas geométricas y simetría que presentan algunos cuerpos naturales.
. Cuerpos o sólidos perfectos, modelos para estudiar características, medidas, etc. de los cuerpos de la naturaleza.
. Observar la forma de sus caras: cuadrangulares, circulares, triangulares, etc. . Para nuestro ejemplo nos detendremos en los cuerpos cuyas caras sean de forma triangular, como es el caso de la pirámide.
. Surge, en consecuencia, en forma natural el área como medida de superficie, las longitudes de sus lados, las aristas, los ángulos, etc. . Clasificar los distintos triángulos que se puedan dibujar: escaleno, isósceles, equiláteros. . Medir con el transportador las medidas de los ángulos interiores, logrando deducir propiedades que se dan en ella y especialmente en el triángulo isósceles y equilátero.
. Determinar así, experimentalmente, con el transportador que la medida de los ángulos interiores de un triangulo es igual a 180 grados. . Al trazar una línea y formar ángulos a partir de **un** punto de ellas, podemos también lograr esta medida.[0] Se determina, de esta manera, que también la suma de la medida de estos ángulos es igual a 180 grados.

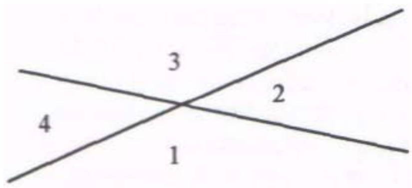


Al medir con el transportador estos tres ángulos encontramos un resultado singular:

$$\boxed{m < r + m < s + m < t \ = \ 180^{o}}$$

Después de este proceso puede seguir el siguiente esquema básico:

. La medida de los ángulos opuestos por el vértice concluyendo que los ángulos que se encuentran en tal situación son congruentes, es decir, tienen la misma medida. Se puede comprobar, incluso en la figura siguiente, que tal situación se cumple para la propiedad antes dicha.



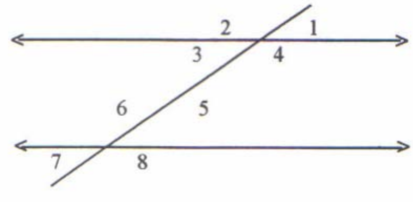
Encontrar entre otras relaciones que los ángulos alternos internos entre paralelas son congruentes:

$$\boxed{m < 3 = m < 5}$$

y

$$\boxed{m < 4 = m < 6}$$

Logrado estructurar este esquema se puede analizar el contenido de ángulosalternos internos entre paralelas, aprovechando, básicamente, el esquema anterior:



En las rectas paralelas intersectadas por una recta oblicua, como en el dibujo, se puede establecer y demostrar con el esquema anterior, que los ángulos alternos internos entre paralelas, son congruentes.

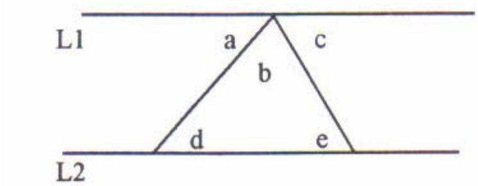
$$\boxed{m < 3 = m < 5}$$

y

$$\boxed{m < 4 = m \quad 6}$$

Es decir, podemos concluir que los ángulos alternos internos entre paralelas intersectadas por una oblicua, son congruentes.

. Relacionando las principales estructuras anteriores se puede llegar a deducir la propiedad que estamos estudiando:



En este esquema si Ll es palalela a L2, cada uno de los lados del triángulo que se forma, es una oblicua con respecto al esquema anterior.

La deducción, entonces, surge con el apoyo experimental en forma muy fluida:

a) la medida de los ángulos a b y c de la figura suman 180 grados como se vio experimentalmente en una actividad anterior.
b) el ángulo a es congruente con el ángulo dy el ángulo c es congruente con el ángulo e.
c) sustituyendo las medidas del ángulo a con la medida del ángulo d y, la medida del ángulo c sustituyéndola por el ángulo e (aplicando la propiedad de ángulos alternos internos entre paralelas).
d) se llega, entonces, a la conclusión que:

$$\boxed{m < b + m < d + m < e = 180^{o}}$$

Insistimos que este es un largo recorrido con esquemas que no hemos entregado por la brevedad de un artículo y que se analizarán, detalladamente, en el texto "El aprendizaje de la Geometría en la Educación General Básica", que será editado por el Fondo de Desarrollo de la Docencia de la Universidad del Bío-Bío.

LOS OBJETIVOS TRANSVERSALES EN EL SECTOR DE MATEMÁTICA

Los actuales Programas han introducido los objetivos transversales con el objeto de desarrollar' 'las actitudes y los valores, así como las habilidades sociales e intelectuales que los alumnos deben lograr en la escuela, no corresponden a un sólo sector de aprendizaje, sino que atraviesan los distintos sectores.

No obstanlen. cada sector programático tiene una responsabilidad en la operacionalización de estos objetivos, que siguiendo a las indicaciones que en estos programas se detallan, esta operacionalización se logra:

"Por medio de la formulación de contenidos de los subsectores de aprendizaje en los respectivos programas de estudio".

Este es el hecho que hemos destacado para insistir que la educación matemática debe llevarse por un camino lógico que permita lograr estructuras genitivas ftiertes. Asi se sigue leyendo en este programa:

"De igual forma el subsector de las matemáticas se vincula directamente con los Objetivos Fundamentales Transversales y su propósito formativo, al intencionar el desarrollo del pensamiento lógico, la capacidad de análisis, de deducción, de precisión para problematizar la realidad y comprender modelos de tipo matemáticos. Más aún. de hecho este subsector de aprendizaje tiene un claro propósito formativo, al conceptualizar el conocimiento matemático como una herramienta para reinterpretaryresolverproblemas cotidianos del ámbito familiar, social y laboral".

Estos objetivos transversales, sepropone, desarrollarlos en tres áreas:

a) Área de Formación Etica.
b) Área de Crecimiento y Autoafirmación Personal.
c) Área sobre la persona y su entorno.

Para un breve análisis hemos elegido el Área de Crecimiento de Autoestimación Personal para relacionarlo con el desarrollo de contenidos que hemos venido trabajando:

Área de Crecimiento y Autoafírmación Personal.

Se busca estimular rasgos y cualidades potenciales de los estudiantes que conforman y afirman su identidad personal, favorezcan su equilibrio emocional y estimulen su interés por la educación permanente. Se pretende:

1. promover y ejercitar el desarrollo físico personal en un contexto de respeto y valoración por la vida y el cuerpo humano, el desarrollo de hábitos de higiene personal y social y el cumplimiento de normas de seguridad.
2. Desarrollar el pensamiento reflexivo y metódico y el sentido de crítica y autocrítica;
3. promover el interés y la capacidad de conocer la realidad, utilizar el conocimiento y seleccionar información relevante;
4. ejercitar la habilidad de expresar y comunicar las opiniones, ideas, sentimientos y convicciones propias con claridad y eficacia;
5. desarrollar la capacidad de resolver problemas, la creatividad y las capacidades de autoaprendizaje,
6. promover una adecuada autoestima, la confianza en sí mismo y un sentido positivo ante la vida.

Al examinar solamente esta área nos damos cuenta que las ideas desarrolladas en un contexto constructivista permitirá estimular el interés por la educación matemática y todo lo que se pretende alcanzar a través de esta área.

No podemos dejar de decir que también el área de formación ética es tocada profundamente por una enseñanza constructiva. Investigacioneseneste sentido se han llevado a cabo Es digno destacar el aporte del psicólogo Kolber. quien aplicando la teoría del desarrollo de la inteligencia determinó que aquellos sujetos cuyos aprendizajes son llevados en forma lógica, desarrollan valores y son moralmente más fuertes frente a las contingencias de la vida.

También el área sobre la persona y su entonrno, trasversaliza los contenidos matemáticos, puesto que en sus actividades en grupo se logra dar una dimensión a lo que es la vida en democracia, por ejemplo.

CONCLUSIONES

Muchas veces, en el mundo de la cultura se suele encontrar a muchas personas, que nunca entendieron los conceptos matemáticos y la miran soslayadamente no como una ciencia, sino como una técnica cuyos guarismos, simbología, demostraciones, son cosas que no están a su alcance.

Felizmente, la evolución de la misma matemática así como otras ciencias, entre ellas la Biología, y muy especialmente en este último tiempo, las teorías del aprendizaje desarrolladas en el campo de la psicología, han dejado ver que toda persona es capaz de aprender el lenguaje básico de la matemática. Y este lenguaje básico abarca desde primer año básico hasta cuarto año medio.

Pero, como lo recalcamos a través de todo este artículo, es necesario que cada contenido de la ciencia matemática sea tratado de tal manera queello contribuya al conocimiento profundo de él, y que también contribuya al proceso evolutivo de la inteligencia de todo ser humano.

Indudablemente que ello precisa de un docente bien preparado en todos estos aspectos, para que pueda comprender el aspecto psicológico, es decir, el momento adecuado en que debe enseñar ciertos contenidos. También, debe ser fuerte en el aspecto teórico de estos conocimientos. De ello estamos seguros todos los profesores que han salido de centros educativos son capaces de enfrentarlo, sobre todo en esta Reforma Educacional que mira con importancia y detención la formación de valores a través de estos mismos contenidos.

Investigaciones llevadas a cabo en este sentido así lo han demostrado.

Finalmente, queremos destacar el hecho que la matemática como ciencia sigue en evolución, continúa entregando modelos a otras ciencias y contribuye desde sus inicios a buscar los cimientos que otro tipo de conocimiento la necesitan. Así por ejemplo, en el contenido desarrollado sobre la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo contienen la base para todos los conocimientos trigonométricos aplicados en toda la esfera celeste y ha permitido ubicar con calculada precisión otros soles con sus órbitas en distancias siderales; además, contribuye con estos cimientos a calcular trigonométricamente la altura de las montañas inaccesibles para realizarlas con los instrumentos con que se cuenta para otras labores técnicas.

Como se ha expresado en muchas ocasiones, será la voluntad de cada profesor quien lleve adelante el espíritu de la actual Reforma Educacional para los niños chilenos.

BIBLIOGRAFÍA

BALDINI JOSÉ:' 'Historia de las Ideas Modernas en Matemática", Departamento Asuntos Científicos, O.E.A.. 1967.

BOURBAKI NICOLÁS: "Elementos de Historia de las Matemáticas". Editorial Alianza.

COFRE. ALICIA; TAPIA, LUCIA: "Cómo Enseñar Matemáticas". Editorial Universitaria, 1986.

DIENEZ.Z.P.: "La Construcción délas Matemáticas". Editorial Vieens-Vives, 1980.

CORDÓN H., BOWER: "Teoría del Aprendizaje". Editorial Trillas, 1996.

OLEA RICARDO y otros: "Prueba de Comportamiento Matemático". CPEIP, Santiago, 1993.

PIAGET, JEAN y otros: "La Enseñanza de las Matemáticas", Editorial Aguilar, 1968.

PIAGET, JEAN: "Seis Estudios de Psicología", Editorial Labor. Barcelona, 1968.

RUSSEL. BERTRAND: "Introducción a la Filosofía Matemática". Ediciones Paidós, 1988.

SALAS. MARÍA:' 'Métodos Activos". Editorial Mar, Madrid, 1975.

TREJO. CESAR; "El Concepto de Número". Depto. de Asuntos Científicos Unión Panamericana. 1968.

"Plan y Programas de Estudios para el Primer y Segundo Afio de Enseñanza Básica". (Nivel Básico 1), Ministerio de Educación, 1996.

"Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica Chilena", Decreto N°31267, Ministerio de Educación, 1996.

Diario Oficial de la República de Chile, 11.10.1996, Decreto Exento, Aprueba Plan de Estudios 1° y 2° año de Enseñanza Básica..

Revista "Horizontes Educacionales" n°2, 1997, Páginas 28 al 34.