

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS SIMPLES PARA EL CÁLCULO DEL REQUERIMIENTO ENERGÉTICO DE EDIFICACIONES¹

Recibido 22/05/2023
Aceptado 16/11/2023

BUILDING SIMPLE MATHEMATICAL MODELS TO CALCULATE THE ENERGY REQUIREMENTS OF BUILDINGS.

CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS SIMPLES PARA CALCULAR OS REQUISITOS DE ENERGIA DE EDIFICAÇÕES

María Victoria Mercado

Doctora en Ciencias
Investigadora Adjunta
Instituto de Ambiente, Hábitat y Energía (INAHE) CONICET, Mendoza, Argentina
<https://orcid.org/0000-0003-1471-3709>
mvmmercado@mendoza-conicet.gob.ar

Gustavo Javier Barea-Paci

Doctor en Ciencias
Investigador Adjunto
Instituto de Ambiente, Hábitat y Energía (INAHE) CONICET, Mendoza, Argentina
<https://orcid.org/0000-0002-5643-3206>
gbarea@mendoza-conicet.gob.ar

Andrés Esteban Aceña

Doctor rerum naturalium
Investigador Adjunto, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Instituto Interdisciplinario de Ciencias Básicas CONICET-Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina
<https://orcid.org/0000-0002-5790-8103>
acena.andres@gmail.com

1 Proyecto apoyado por CONICET PIP 0777. TRANSICIÓN A EDIFICIOS ENERGÉTICAMENTE EFICIENTES: Ajuste de la escala de rangos de certificación (A-G) aplicable al Programa Nacional de Etiquetado de Viviendas por medio de metamodelos predictivos con IA.

RESUMEN

El presente trabajo tiene por objetivo desarrollar un modelo matemático predictivo que otorgue un primer acercamiento al valor de requerimiento energético (RE) de un edificio en un clima templado continental, con el propósito de aportar al conocimiento teórico sobre herramientas de evaluación energética. Se realizaron simulaciones paramétricas procesadas con los programas *EnergyPlus 9.5* y *JePlus*. Los resultados fueron utilizados como *Dataset* para el armado de diferentes modelos matemáticos, para los cuales se utilizó el programa SageMath a fin de desarrollar ecuaciones que predigan el RE de cada escenario. Se trabajó con modelos escalonando su complejidad en cuanto a métodos utilizados y cantidad de parámetros. Se seleccionó un modelo con bajo nivel de error (0.08) y 15 parámetros. Se advirtió que, si bien el aumentar la cantidad de parámetros acercaba los modelos al error 0.02, se corría el peligro de *overfitting*. El modelo seleccionado busca incorporar la precisión y validez de las simulaciones dinámicas a una herramienta de predicción sencilla y aplicable por profesionales de la construcción.

Palabras clave

modelo matemático, simulaciones, arquitectura sustentable

ABSTRACT

This work looks to build a predictive mathematical model that can provide a first approach to a building's energy requirement (ER) value in a temperate continental climate. The aim is to contribute to the theoretical knowledge of energy assessment tools. To do this, parametric simulations were run and processed using the EnergyPlus 9.5 and JePlus programs. The results were then used as a dataset to build different mathematical models, using the SageMath program to run equations that predicted the ER of each scenario. Work was done with the models, scaling their complexity with the methods and the number of parameters used. Finally, a model with a low error (0.08) and 15 parameters was chosen. It was noted that, although increasing the number of parameters brought the models closer to a 0.02 error, there was a risk of overfitting. The chosen model seeks to incorporate dynamic simulations' accuracy and validity into a simple prediction tool that construction professionals can apply.

Keywords

mathematical modeling, simulations, sustainable architecture

RESUMO

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático preditivo que possibilite uma primeira abordagem do valor dos requisitos de energia (ER) de um edifício em um clima continental temperado, de forma a contribuir para o conhecimento teórico das ferramentas de avaliação energética. As simulações paramétricas foram realizadas e processadas com os softwares EnergyPlus 9.5 e JePlus. Os resultados foram utilizados como Dataset para a construção de diferentes modelos matemáticos, para os quais foi utilizado o programa SageMath para desenvolver equações que preveem o ER de cada cenário. Trabalhamos com modelos que escalonam sua complexidade em termos de métodos utilizados e número de parâmetros. Foi selecionado um modelo com baixo nível de erro (0,08) e 15 parâmetros. Observou-se que, embora o aumento do número de parâmetros tenha aproximado os modelos ao erro de 0,02, havia o risco de sobreajuste. O modelo selecionado busca incorporar a precisão e a validade das simulações dinâmicas em uma ferramenta de previsão simples que pode ser aplicada por profissionais da construção.

Palavras-chave:

modelo matemático, simulações, arquitetura sustentável.

INTRODUCCIÓN

El sector de la construcción contribuye significativamente a la demanda mundial de energía. La intensidad energética de los edificios no ha cambiado en los últimos años, manteniéndose en 150kWh/m². Según las estimaciones de la Agencia Internacional de la Energía (IEA, según sus siglas en inglés), para lograr “Emisiones netas cero”, es necesario que la intensidad disminuya un 35% aproximadamente respecto del nivel actual y se mantenga alrededor de los 95 kWh/m² (International Energy Agency, 2022). Lamentablemente, esta no ha variado prácticamente desde 2019 (United Nations Environment Programme, 2022).

A medida que la población global continúa expandiéndose, se prevé un incremento en la demanda energética de los edificios. Una estrategia para mitigar esta situación radica en la optimización de su eficiencia energética, abordada en la fase de diseño, en la etapa de construcción y en la etapa de operatividad del inmueble. Por lo tanto, resulta imprescindible contar con pronósticos precisos del requerimiento energético, tornándose fundamental para lograr ahorros significativos de energía en el sector de la construcción (Chang et al., 2019).

Timuçin y Wilde (2021) advierten que, a la hora de diseñar, debe prestarse más atención a la investigación holística de todos los factores para el logro de la eficiencia energética. Para hacer esto posible, es necesario considerar una serie de variables que influyen en el consumo energético y el confort de los usuarios, tales como: la orientación del edificio, la calidad térmica de la envolvente, la relación entre superficies opacas y translúcidas, la forma del edificio, entre otros.

En la actualidad, los profesionales recurren frecuentemente al modelado y la simulación computacional (BPS, por su acrónimo en inglés *Building Performance Simulation*) como herramientas fundamentales para evaluar y analizar diversas estrategias de diseño y operación. Lo anterior debido a que la efectividad del BPS ha sido documentada en la literatura y se ha utilizado en una amplia gama de aplicaciones (Azar et al., 2021; Raj et al., 2021; Schwartz & Raslan, 2013).

Tanto el modelamiento como simulación computacional se realizan antes de proceder a la construcción o remodelación de un edificio, para lo cual también se tienen en cuenta tanto las variables anteriores como las condiciones climáticas del exterior. Los resultados que se arrojan gracias a este procedimiento son bastos y precisos a lo largo de un período y en una misma frecuencia. Dichos resultados pueden ser, entre otros, el consumo de energía del edificio, las cargas máximas y las condiciones ambientales internas (Seyedzadeh et al., 2019). No obstante, esta metodología suele requerir un gran número de ejecuciones, lo que conlleva a un consumo considerable de tiempo (Papadopoulos et al.,

2018) y exige un alto nivel de experiencia, junto con el uso de recursos informáticos potentes (Catalina et al., 2013). Para superar estas limitaciones, los investigadores han comenzado a aplicar modelos sustitutos que complementen las capacidades de BPS. El proceso consiste en entrenar un modelo matemático que imite su rendimiento, lo que permite probar varias configuraciones edilicias a un bajo costo computacional (Ye et al., 2019; Fang & Cho, 2019).

Los modelos sustitutos permiten a los usuarios prever el comportamiento energético de un edificio en diferentes condiciones. Algunos de los trabajos que han utilizado modelos matemáticos para predecir consumos energéticos incluyen, por ejemplo, el uso de modelos de redes neuronales o el uso de modelos de regresión lineal múltiple (Chou & Ngo, 2016; González-Vidal et al., 2017; Huang et al., 2021; Jiwon et al., 2022; Kwak et al., 2013; Zhao & Magoulès 2012). Sin embargo, estos son de difícil resolución y acceso para los profesionales de la construcción.

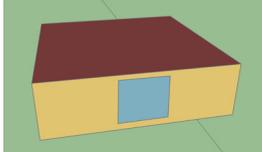
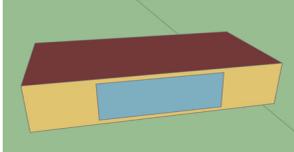
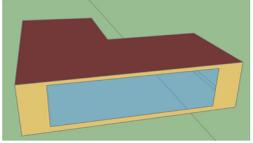
En relación con lo anterior, el objetivo del presente trabajo busca aportar al conocimiento teórico sobre herramientas de evaluación energética en las que no se tenga que recurrir a entornos de simulación eficaces pero complejos. Por esta razón, se plantea la formulación de un modelo matemático simplificado, basado en variables morfológicas simples, con el propósito de calcular de manera predictiva el requerimiento energético anual para la climatización de edificios (REC). El argumento que sustenta este objetivo es que la simplificación de modelos matemáticos para primeras evaluaciones energéticas en edificios, actualmente está sujeta a balances térmico-energético de tipo estacionario, lo que implica una brecha entre las realidades dinámicas y las respuestas que puede otorgar el BPS. Debido a esto, el modelo que se busca conseguir pretende captar la variabilidad del balance térmico-energético-dinámico a partir del programa computacional *EnergyPlus*, dado que la construcción del *Dataset* se realiza desde las simulaciones paramétricas que este realiza. Esta aproximación simplificada puede ofrecer a los profesionales de la construcción una herramienta práctica y accesible para la toma de decisiones en términos de eficiencia energética.

Finalmente, cabe señalar que el contexto donde se aplicará este modelo será en edificios ubicados en un entorno de clima templado continental, específicamente en la región de Mendoza, Argentina.

METODOLOGÍA

La metodología de trabajo del presente estudio es aplicada y se divide en tres etapas secuenciales: la primera corresponde a la simulación paramétrica; la segunda al armado de *Dataset* y, por último, la tercera que abarca la construcción de los modelos matemáticos.

Tabla 1. Variable consideradas para el estudio. Fuente: Elaboración de los autores.

Variable discreta			
Tipología de forma	C - cuadrado	R – rectangular	L – forma esquina
			
	Variables continuas		
v–Factor WWR (relación aberturas y muro opaco)	20 - 30 - 40 - 50 - 60 - 70 - 80 - 90 - 100		
w– orientación	0 - 15 - 30 - 45 - 60 - 75 - 90 - 105 - 120 - 135 - 150 - 165 - 180 - 195 - 210 - 225 - 240 - 255 - 270 - 285 - 300 - 315 - 330 - 345 - 360		
x-Muro-espesor de aislación EPS (poliestireno expandido)	0.01 - 0.02 - 0.03 - 0.04 - 0.05 - 0.06 - 0.07 - 0.08 - 0.09 - 0.10 - 0.11 - 0.12 - 0.13 - 0.14 - 0.15 - 0.16 - 0.17 - 0.18 - 0.19 - 0.20		
y-Techo-espesor de aislación EPS	0.01 - 0.02 - 0.03 - 0.04 - 0.05 - 0.06 - 0.07 - 0.08 - 0.09 - 0.10 - 0.11 - 0.12 - 0.13 - 0.14 - 0.15 - 0.16 - 0.17 - 0.18 - 0.19 - 0.20		

Cada una de estas consta de subetapas, las cuales se detallan a continuación. La primera etapa de simulación paramétrica se conforma a partir de, en primer lugar, identificar las variables de entrada y sus rangos a utilizar como inputs en el modelo de simulación; y, en segundo lugar, realizar las simulaciones paramétricas para el clima de la ciudad de Mendoza, estableciendo como output los datos de requerimientos energéticos para climatización.

Por su parte, las subetapas que componen la de armado de Dataset se constituye desde el procesamiento de los datos obtenidos de las simulaciones con los datos de entrenamiento. Finalmente, una vez completada esta etapa, se inicia la tercera fase de armado de los modelos matemáticos, la cual corresponde al proceso para la elaboración de estos. A continuación, se explica detalladamente cada una de las etapas y subetapas.

SIMULACIÓN PARAMÉTRICA

Las simulaciones computacionales cuentan en la actualidad con validación estricta en estudios y análisis de comportamientos lumínicos, térmicos y energéticos, entre otros, de proyectos de edificios o edificios construidos (Malkawi, 2004). Por lo tanto,

los datos obtenidos de las simulaciones se consideran verosímiles de los valores de REC de las formas edilicias utilizadas. La metodología de simulaciones paramétrica permite la combinación sistemática de todas las variables en un mismo procedimiento de simulación, ya que simplifica al usuario simulador las acciones de ejecutar y programar la interacción de las variables de una por una en simulaciones individuales.

VARIABLES Y RANGOS

INPUTS, Datos de entrada de los modelos de simulación

Como variables de estudio se utilizaron: la forma, la orientación, la relación de envolvente opaco-transparente y los valores de transmitancia de muros y techos. La Tabla 1 presenta las variables categorizadas, los rangos utilizados y su denominación posterior en los modelos matemáticos.

Las variables se dividen en discretas y continuas. Como variables discretas se determinan las tipologías edilicias de viviendas en relación con su forma: cuadrada, rectangular y L, ejemplificando diferentes índices de compacidad (IC), 88.6%, 82.6% y 75.5% respectivamente.

SIMULACIONES COMPUTACIONALES PARAMÉTRICAS

En esta fase se utilizó el programa *EnergyPlus 9.2* y *Jeplus* para realizar simulaciones paramétricas. La metodología paramétrica es un método exhaustivo que otorga la posibilidad de evaluar la combinación cruzada e interrelación de numerosos valores de rangos ingresados como inputs, cambiando uno a la vez. De esto se desprende un total de 270.000 simulaciones.

Se modelaron las tres tipologías formales de edificios. Con estos modelos, se realizaron las simulaciones paramétricas modificando las variables tipo inputs presentadas en la Tabla 1. Los modelos se trabajaron como una sola zona térmica de 80m². En la materialización, se tomó como referencia el sistema de construcción tradicional y másico de la Ciudad de Mendoza, siendo para muros: ladrillo cerámico másico, revoque en ambos lados y aislación térmica; y para techos: losa de hormigón alivianada, mortero para pendiente, membrana asfáltica y aislación térmica. La variabilidad de los paquetes constructivos se trabajó modificando los espesores de aislación térmica, utilizando como tal EPS (poliestireno expandido) en ambos casos.

Como dato de salida, se trabajó con los outputs *Zone Ideal Loads Heating Energy* y *Zone Ideal Loads Cooling Energy* del programa *EnergyPlus*, el cual otorga los valores de requerimiento energético para calefacción y enfriamiento. Estos valores se suman y, posteriormente, se toma el total anual de climatización. A partir de lo anterior, se establecieron termostatos relacionados a los rangos de confort de Olgay, es decir, que para invierno se fijó en 20°C y para verano, 24°C. Se trabajó con los REC de carga ideal, por lo que no se consideraron sistemas específicos de HVAC.

CONSTRUCCIÓN DEL DATASET

Para el armado del *Dataset*, se utilizaron los resultados de las simulaciones correspondientes a la etapa anterior, cuyos datos se usaron completamente para conformar el entrenamiento de los modelos matemáticos. A diferencia de lo que se realiza con metodologías de redes neuronales artificiales, en este estudio, con el objetivo de optimizar los modelos y bajar los valores de error, la muestra no se dividió en un grupo para entrenamiento y otro grupo de testeo, puesto que la obtención de más datos propiciaría el aumento de la muestra de entrenamiento.

El *Dataset* consta de dos columnas. En la primera se coloca el nombre en código del caso que representa el cambio del valor de cada variable, de forma de ir combinando las diferencias de *uno a la vez* entre todas ellas. La segunda columna corresponde el valor de REC obtenido por la simulación. En la Tabla 2 se presenta el esquema construido.

Tabla 2. Esquema de Dataset construido a partir de las simulaciones paramétricas. Fuente: Elaboración de los autores a partir de los resultados.

NOMBRE CASO	VALOR REC [Kw]
EP_G_Pv_0_Pw_0_Px_0_Py_0	x1
EP_G_Pv_0_Pw_0_Px_0_Py_1	x2
EP_G_Pv_0_Pw_0_Px_0_Py_2	x3
EP_G_Pv_0_Pw_0_Px_0_Py_nx	xN
EP_G_Pv_1_Pw_3_Px_7_Py_0	x5
EP_G_Pv_1_Pw_3_Px_7_Py_1	x6
EP_G_Pv_1_Pw_3_Px_7_Py_2	x7
EP_G_Pv_nx_Pw_nx_Px_nx_Py_nx	xN

Donde:

EP: EnergyPlus;

G: Archivo climático; Pv: Variable WRR;

Pw: Variable orientación;

Px: Variable espesor de aislación MURO; Py: Variable espesor de aislación TECHO;

Nx: cantidad de veces q cambia el valor del rango de cada variable hasta completar la combinación de todas y, en este caso, los 270.000 casos;

x1-x2-xN: valores de REC obtenidos de las simulaciones para cada caso.

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

Elaboración de los modelos matemáticos

Una vez concluida la etapa de elaboración del esquema de *Dataset*, se procedió a iniciar la tercera etapa de elaboración de los modelos matemáticos. Para ello, la información sintetizada en el esquema del *Dataset* fue incorporada en el software *SageMath*, cuya función es la construcción de modelos matemáticos. En el proceso, se buscó un equilibrio entre la obtención de un modelo fino y el modelo estadístico que se acercara al valor de referencia, el cual se tomó desde los resultados obtenidos de las simulaciones (REC). De esta manera, cada modelo matemático se desarrolló como una ecuación en la que las variables independientes corresponden a las variables continuas (v: factor WWR, w: orientación, x: Muro-espesor aislación EPS, y: Techo-espesor aislación EPS). Los parámetros de las ecuaciones se fijan a través de un ajuste de cuadrados mínimos, utilizando para esto las simulaciones computacionales. Una vez determinados los parámetros en la ecuación, esta puede usarse para predecir el REC del edificio reemplazando las variables continuas por el valor correspondiente del edificio en cuestión.

Tabla 3. Tipos de modelos ensayados y medidas de ajuste para cada uno. Fuente: Elaboración de los autores

MODELOS	MEDIDAS DE ERROR								
	Forma cuadrada			Forma rectangular			Forma en L		
	Min.	Max.	STD	Min.	Max.	STD	Min.	Max.	STD
L	-0.123	0.127	0.047	-0.213	0.296	0.099	-0.26	0.224	0.083
Lin	-0.89	0.097	0.033	-0.121	0.219	0.06	-0.199	0.153	0.062
CC/C	0.05	0.064	0.018	-0.094	0.126	0.042	-0.078	0.116	0.033
Cs/C	-0.081	0.116	0.035	-0.154	0.177	0.053	-0.183	0.211	0.063
Cln c/C	-0.044	0.037	0.009	-0.063	0.067	0.022	-0.046	0.061	0.016
Cln s/C	-0.081	0.107	0.032	-0.136	0.154	0.042	-0.17	0.196	0.059
Cln c/R	-0.07	0.056	0.018	-0.086	0.093	0.032	-0.071	0.071	0.023
Cln c/r2	-0.067	0.058	0.018	-0.077	0.095	0.031	-0.074	0.063	0.023
F2t	-0.038	0.031	0.013	-0.101	0.168	0.058	-0.05	0.076	0.022
F3t	-0.03	0.23	0.011	-0.048	0.044	0.018	-0.029	0.053	0.011
F3t/S	-0.036	0.028	0.012	-0.069	0.062	0.032	-0.039	0.061	0.015
F4t	-0.026	0.02	0.006	-0.052	0.015	0.007	-0.028	0.047	0.008

Se desarrollaron un total de 40 modelos matemáticos, intentando que estos no fueran innecesariamente complicados. Se realizó una exploración de opciones que inició con modelos lineales, los cuales arrojaron errores altos del orden del 29.6%. Como referencia, a medida que el modelo tenga más parámetros, en general menos errores debería tener. Sin embargo, esto puede ser riesgoso en el sentido de producirse "overfitting". Para evitar esto, se prefirieron modelos que tenían errores que no decrecían sustancialmente al aumentar el número de parámetros. En consecuencia, las mejoras se realizaron con modelos cuadráticos. Además, se advirtió que la orientación era una variable angular, lo que derivó en la necesidad de actualizar al uso de modelos trigonométricos.

RESULTADOS

Se exploraron diferentes resultados obtenidos de los modelos que permitieron una aproximación a una ecuación genérica sencilla. Estos se analizaron en dos sentidos: uno, la ecuación, su forma y desarrollo en cuanto a cantidad y representatividad de los parámetros involucrados; y el otro, a partir del error como objeto de diagnóstico del valor predictivo y la efectividad del modelo.

Como medida de ajuste, se consideró la evaluación de los errores mínimos y máximos relativos. En la Tabla 3 se presentan los modelos ensayados y las medidas de error en relación con cada forma. También se presenta el valor de desviación estándar como medida de bondad.

Cc/C Cuadrático con terminos cruzados Cs/C Cuadrático sin terminos cruzados L Lineal Cln c/C Cuadrático inverso con terminos cruzados Clns/C Cuadrático inverso sin terminos cruzados Lin Lineal inverso F4t Fourier 4 terminos --> parece overfitting F3t Fourier 3 terminos F3t/S Fourier 3 terminos simetrico F2t Fourier 2 terminos Cln c/R Cuadrático inverso con recorte Cln c/R2 Cuadrático inverso con recorte V2

Los modelos se dividieron por familia, vinculados a las hipótesis asumidas. De los 40 modelos explorados, se destacan tres, debido a las siguientes razones:

- los errores en las predicciones obtenidas están acotados;
- el número de parámetros no lleva al *overfitting*; y
- permiten analizar el comportamiento del consumo energético en términos de las variables incluidas.

Los tres modelos que fueron considerados como óptimos, se presentan a continuación:

Modelo 1 [M1] (modelo 01, Fourier Lineal 2 términos par) (Ecuación 1)

$$Co(v, w, x, y) = F + F_v v + F_x \frac{1}{x} + F_y \frac{1}{y} \quad (\text{Ecuación 1})$$

Donde:

$$F_i = A_i + B_i \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right)$$

Este modelo cuenta con 8 parámetros (A, B, Av, Bv, Ax, Bx, Ay y By). Los valores estimados para cada forma se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores de las estimaciones para los parámetros del Modelo 1.
 Fuente: Elaboración de los autores.

Modelo 1	C	L	R
A	10633.1	2190.61	5093.01
B	-128.62	-250.7	-442.29
Av	-17.49	-4.49	-5.33
Bv	-14.67	-6.56	-12.09
Ax	14.76	10.7	12.97
Bx	1.79	1.49	2.34
Ay	2.09	4.97	3.9
By	5.94	1.96	3.75

Modelo 2 [M2] (modelo 30 Angular cuadrático par) (Ecuación 2)

$$Co(v, w, x, y) = F + F_w \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) + F_v v + F_x \frac{1}{x} + F_y \frac{1}{y} + F_{ww} \cos^2\left(\frac{\pi}{180} w\right) + F_{vv} v^2 + F_{xx} \frac{1}{x^2} + F_{yy} \frac{1}{y^2} + F_{wv} v \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) + F_{wx} \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) \frac{1}{x} + F_{wy} \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) \frac{1}{y} + F_{vx} v \frac{1}{x} + F_{vy} v \frac{1}{y} + F_{xy} \frac{1}{xy}$$

(Ecuación 2)

Este modelo utiliza 15 parámetros. Los valores ajustados de los mismos se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5. Valores de las estimaciones de los parámetros del Modelo 2.
 Fuente: Elaboración de los autores.

Modelo 2	C	L	R
F	11226.94	2459.96	5834.87
Fw	-128.62	-250.7	-442.29
Fv	-35.09	-14.09	-29.29
Fx	5.28	8.44	6.76
Fy	-6.28	4.61	2.91
Fww	40.69	-8.89	-148.99
Fvv	0.11	0.06	0.17
Fxx	-0.02	-0.03	-0.05

Fyy	0.01	-0.03	-0.04
Fwv	-14.67	-6.56	-12.09
Fwx	1.79	1.49	2.34
Fwy	5.94	1.96	3.75
Fvx	0.16	0.07	0.17
Fvy	0.09	0.04	0.06
Fxy	0.12	0.07	0.05

Modelo 3 [M3] (modelo 15, Fourier cuadrático, 2 términos par) (Ecuación 3)

$$Co(v, w, x, y) = F + F_v v + F_x \frac{1}{x} + F_y \frac{1}{y} + F_{vv} v^2 + F_{xx} \frac{1}{x^2} + F_{yy} \frac{1}{y^2} + F_{vx} \frac{v}{x} + F_{vy} \frac{v}{y} + F_{xy} \frac{v}{xy}$$

(Ecuación 3)

Donde (Ecuación 4):

$$F_i = A_i + B_i \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right)$$

(Ecuación 4)

Los valores de los parámetros se presentan en la Tabla 6. En este caso, se utiliza un total de 20.

Tabla 6. Valores de las estimaciones de los parámetros del Modelo 3.
 Fuente: Elaboración de los autores.

Modelo 3	C	L	R
A	11247.28	2455.51	5760.38
B	-197.85	-105.05	-16.54
Av	-35.09	-14.09	-29.29
Bv	-13.03	-13.39	-29.96
Ax	5.28	8.44	6.76
Bx	2.33	2.29	2.32
Ay	-6.28	4.61	2.91
By	8.97	3.49	5.35
Avv	0.11	0.06	0.17
Bvv	-0.03	0.05	0.14
Axx	-0.02	-0.03	-0.05
Bxx	-0.02	-0.01	-0.01
Ayy	0.01	-0.03	-0.04
Byy	-0.07	-0.02	-0.04
Avx	0.16	0.07	0.17
Bvx	0.03	0.01	0.03
Avy	0.09	0.04	0.06
Bvy	0.07	0.02	0.04
Axy	0.12	0.07	0.05
Bxy	-0.01	-0.01	-0.01

Tabla 7. Medidas de Errores, Min, Max y Std absolutas y relativas para la forma cuadrada. Fuente: Elaboración de los autores.

Forma C	Errores absolutos			Errores relativos		
	Min	Max	Std	Min	Max	Std
M1	-1693	726	183	-0.14	0.07	0.02
M2	-801	897	125	-0.06	0.08	0.01
M3	-521	899	118	-0.05	0.08	0.01

Tabla 8. Medidas de Errores, Min, Max y Std absolutas y relativas para la forma rectangular. Fuente: Elaboración de los autores.

Forma R	Errores absolutos			Errores relativos		
	Min	Max	Std	Min	Max	Std
M1	-1304	735	189	-0.19	0.17	0.04
M2	-551	1038	110	-0.08	0.14	0.02
M3	-597	980	104	-0.09	0.18	0.02

Tabla 9. Medidas de Errores, Min, Max y Std absolutas y relativas para la forma esquina. Fuente: Elaboración de los autores.

Forma L	Errores absolutos			Errores relativos		
	Min	Max	Std	Min	Max	Std
M1	-875	352	103	-0.21	0.17	0.05
M2	-362	564	72	-0.16	0.14	0.04
M3	-347	538	67	-0.14	0.14	0.03

Respecto del valor predictivo de cada modelo, en la Tabla 7 se presentan los errores mínimos y máximos absolutos, errores relativos y la desviación estándar (Std) entre el modelo matemático y la predicción de las simulaciones para la forma C, análogamente en las tablas 8 y 9 para la forma L y R.

De estos análisis se desprende que, en la Forma C con el M2, el valor de REC calculado por el modelo puede tener un error relativo del 1.2%. En relación con los valores de error mínimo y máximo, corresponden al porcentaje de error que se puede producir cuando la ecuación del modelo otorgue un menor consumo (error Min) o un mayor consumo (error Max) en relación con la referencia. Siguiendo con el ejemplo del M2, el error puede variar un 6% dando un valor menor de REC y un 8% otorgando un valor mayor de REC.

USO DEL MODELO EN UN EJEMPLO DE DISEÑO

Para el siguiente ejemplo se supuso el proyecto de una vivienda con determinadas características, presentadas en la Tabla 12.

Tabla 10. Variables primeras asumidas para un proyecto de vivienda, Caso n. Fuente: Elaboración de los autores.

Forma	Cuadrada	Rectangular	L
v -WWR	40%	40%	40%
w – orientación	0 (Norte)	0 (Norte)	0 (Norte)
x – espesor aislación muro	0.01 (considerando un muro sin aislación)	0.01 (considerando un muro sin aislación)	0.01 (considerando un muro sin aislación)
y – espesor aislación techo	0.05	0.05	0.05

Con las variables de la Tabla 10, y utilizando el Modelo 1 (considerándolo como óptimo), se obtiene el REC. Para esto, el primer paso es obtener los valores de F (Ecuación 5), Fv (Ecuación 6), Fx (Ecuación 7) y Fy (Ecuación 8) para w=0:

$$F = A + B \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) = 2190.6 - 250.7 \cos\left(\frac{\pi}{180} 0\right) = 1939.9 \quad \text{(Ecuación 5)}$$

$$F_v = A_v + B_v \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) = -4.49 - 6.56 \cos\left(\frac{\pi}{180} 0\right) = -11.05 \quad \text{(Ecuación 6)}$$

$$F_x = A_x + B_x \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) = 10.7 + 1.49 \cos\left(\frac{\pi}{180} 0\right) = 12.19 \quad \text{(Ecuación 7)}$$

$$F_y = A_y + B_y \cos\left(\frac{\pi}{180} w\right) = 10.7 + 1.49 \cos\left(\frac{\pi}{180} 0\right) = 12.19 \quad \text{(Ecuación 8)}$$

Con estos valores se reemplaza en la ecuación del modelo (Ecuación 9):

$$Co(v, w, x, y) = F + F_v v + F_x \frac{1}{x} + F_y \frac{1}{y} = 1939.9 - 11.05 \times 40 + 12.19 \frac{1}{0.01} + 6.93 \frac{1}{0.05} = 2855.5 \quad \text{(Ecuación 9)}$$

Los valores obtenidos con los modelos matemáticos se confrontan con los resultados del Dataset de simulaciones para evaluar el margen de error. Estos valores se presentan en la Tabla 11, donde se observa que los errores se encuentran dentro de los umbrales presentados en la Tabla 7, Tabla 8 y Tabla 9, siendo el Max para la forma cuadrada del 7%, el 17% para las formas rectangular y en L.

Tabla 11. Resultados de Requerimiento energético de climatización [KW/m2] y error relativo. Fuente: Elaboración de los autores.

	Cuadrada	Rectangular	L
	Original	Original	Original
Modelo matemático	11034	5638	2855
Simulación computacional	10646.97	5067.73	2656.52
Error relativo	4%	11%	8%

Tabla 12. Variables corregidas para mejorar el proyecto Caso n. Fuente: Elaboración de los autores.

Forma	Cuadrada	Rectangular	L
v -WWR	20%	30%	30%
w – orientación	0 (Norte)	0 (Norte)	0 (Norte)
x – espesor aislación muro	0.05	0.05	0.1
y – espesor aislación techo	0.1	0.1	0.1

Tabla 13. Resultados de Requerimiento energético de climatización [KW/m2] y porcentaje de ahorro energético. Fuente: Elaboración de los autores.

	Cuadrada		Rectangular		L	
	Original	Mejorada	Original	Mejorada	Original	Mejorada
Resultado modelo matemático	11034	10273	5638	4510	2855	1800
Reducción REC		7%		20%		37 %

Los valores permiten considerar cambios y mejoras en el proyecto, tales como: aumentar la aislación en muros y techos, llevando a los valores $x=0.1$ y $y=0.1$; y reducir la proporción de aberturas a un 20% en la Forma C y un 30% en las formas R y L. (Tabla 12).

Realizando el cálculo con el modelo matemático, se observan las mejoras obtenidas en la reducción del requerimiento energético. Dichos resultados se presenta en la Tabla 13.

La reducción y ahorro energético se diferencia entre formas edilicias. Se alcanza hasta un 37% de mejora en la forma L; 20% en la mejora para la forma rectangular y un porcentaje menor del 7% para la forma cuadrada. Esto permite diferenciar estrategias de mejoras y de diseño bioclimático para las diferentes configuraciones geométricas del edificio. Además, revela la importancia y potencial de los modelos matemáticos desarrollados.

DISCUSIÓN

El modelado matemático presenta un camino ventajoso para la predicción del REC. Si bien, el uso de 20 parámetros puede parecer excesivo, esto contrasta con el tiempo, recursos y experticia que son necesarios para realizar las 270.000 simulaciones que alimentaron el modelo.

En el análisis de errores se considera aceptable, en particular, el error relativo restringido por debajo del 2.1%. Respecto del número de parámetros, al pasar

del M1 (8 parámetros) al M2 (15 parámetros), se obtiene una mejora sustancial. Sin embargo, cuando se pasa del M2 al M3 (20 parámetros), no se observa la misma relevancia en la mejora del modelo, por lo que se advierte que considerar modelos con más de 20 parámetros no reportan ventajas predictivas y corre el riesgo de *overfitting*.

En relación con los modelos no presentados, es importante destacar que la elección de la forma funcional del modelo impacta fuertemente en la capacidad predictiva. Es decir, si en lugar de considerar como variables $1/x$ y $1/y$ se tomaran en cuenta directamente x y y , los errores crecen sustancialmente. Lo mismo se presenta para la dependencia angular en w . Además, sobre los valores calculados se realiza una medida de "goodness of fit" para todos los modelos, utilizando la metodología de *chi-cuadrado sobre grados de libertad* ($x^2/d.o.f.$). Esta medida permite evaluar si los errores se distribuyen aleatoriamente con respecto a la predicción, en términos de que, si el modelo ajusta bien, el valor de x^2/dof debería ser lo más cercano a 1.

En la Tabla 14 se observa la existencia de modelos que se alejan considerablemente de la medida de referencia (1) y otros que resultan razonables, aunque no son perfectos. Sin embargo, dado que el *Dataset* es muy numeroso y los parámetros son pocos, se puede optar por el camino de realizar más modelos con mayor cantidad de parámetros y, de esta manera, amenguar el x^2/dof correspondiente. El problema de esta situación es que los modelos comienzan a complejizarse, perdiendo su característica de sencillez.

Tabla 14. Valores de chi-cuadrado sobre grados de libertad. Fuente: Elaboración de los autores.

Modelo	Nro de Parámetros	Forma		
		C	L	R
01 Fourier Lineal 2 términos par [M1]	8	3.4	5	7.4
02 Fourier Lineal 2 términos impar	8	51.6	93.5	130.4
03 Fourier Lineal 3 términos	12	3.2	5	7.2
04 Fourier Lineal 3 términos par	12	3.3	4.5	6.3
05 Fourier Lineal 3 términos impar	12	51.6	93.3	130.4
06 Fourier Lineal 4 términos	16	3.2	4.8	6.1
07 Fourier Lineal 5 términos	20	3.2	4.3	6.1
08 Fourier Cuad STC 2 términos par	14	2.8	3.4	6.1
09 Fourier Cuad STC 2 términos impar	14	51.1	92.6	128.5
10 Fourier Cuad STC 3 términos	21	2.7	3.4	3.9
11 Fourier Cuad STC 3 términos par	21	2.7	3.4	3.9
12 Fourier Cuad STC 3 términos impar	21	51	92.4	128.4
13 Fourier Cuad STC 4 términos	28	2.6	3.1	2.7
14 Fourier Cuad STC 5 términos	35	2.6	2.7	2.7
15 Fourier Cuad 2 términos par [M3]	20	1.4	2.2	2.1
16 Fourier Cuad 2 términos impar	20	1.4	2.2	2.1
17 Fourier Cuad 3 términos	30	1.3	2.1	1.9
18 Fourier Cuad 3 términos par	30	1.3	1.7	0.9
19 Fourier Cuad 3 términos impar	30	49.8	91.4	126.9
20 Fourier Cuad 4 términos	40	1.2	1.8	0.7
21 Fourier Cuad 5 términos	50	1.2	1.4	0.7
22 Fourier LinealExtra 2 términos par	12	3.3	4.8	7.2
23 Fourier LinealExtra 2 términos impar	12	51.6	93.4	130.3
24 Fourier CuadExtra V1 2 términos par	20	1.4	2.4	2.9
25 Fourier CuadExtra V1 2 términos par	20	49.8	91.7	127.5
26 Fourier Cuad IExtra V2 2 términos par	20	1.4	2.4	2.2
27 Fourier Cuad IExtra V2 2 términos impar	20	49.9	91.8	127
28 Angular Cuad STC par	9	11.2	11.5	15.5
29 Angular Cuad STC impar	9	51	92.7	129.1
30 Angular Cuad par [M2]	15	1.6	2.5	2.4
31 Angular Cuad impar	15	49.8	91.7	127.4
35 Lineal	5	56.8	58.4	135.6
36 Cuadrático STC	9	16	49.4	24.2
37 Cuadrático	15	14.5	44.5	22.2
38 Lineal inverso	5	51.5	45.9	129.1
39 Cuadrático inverso STC	9	13.9	45.1	21.5
40 Cuadrático inverso	15	12.6	40.2	18.9

La mejora observada al pasar del modelo 1 al modelo 2 evidencia que la consideración de cambiar a modelos no lineales es una decisión que va en la dirección correcta. Sin embargo, se hace necesario resaltar que con el tipo de modelos lineales, y consecuentemente menos complejos, es factible conseguir predicciones razonables. La utilización de modelos no lineales permite alcanzar conclusiones respecto de la importancia de las distintas variables, no sólo por sí mismas, sino también en sinergia con las demás. Para discutir este punto se selecciona el M2, que parece el modelo más exitoso de la búsqueda realizada en este trabajo.

En la Tabla 15 se presentan los parámetros de M2 normalizados teniendo en cuenta el rango de la variable asociada, semejantes a los presentados a la Tabla 5. Es decir, el cambio que produce esa variable en el consumo cuando pasa de un extremo a otro de su rango, lo que permite ver claramente la importancia de cada término en el REC.

Tabla 15. Valores de las estimaciones de los parámetros del Modelo 2.
 Fuente: Elaboración de los autores.

Modelo 2	C	L	R
F	11227	2460	5835
Fw	-257	-501	-885
Fv	-3509	-1409	-2929
Fx	528	844	676
Fy	-628	461	291
Fww	41	-9	-149
Fvv	1099	631	1660
Fxx	-215	-350	-474
Fyy	89	-328	-358
Fvv	-2934	-1312	-2418
Fwx	357	298	468
Fwy	1188	391	750
Fvx	1560	740	1653
Fvy	887	389	596
Fxy	1217	662	477

Lo primero que se observa es que un alto grado del consumo está dado por el parámetro F, es decir, la constante en el modelo que no depende de ninguna de las variables. Es también de importancia que la constante más baja se obtiene para la forma L, lo que resalta el hecho de que el diseño arquitectónico tiene un impacto sustancial en el consumo energético. Sobre esta base de consumo, la dependencia angular dada por Fw y Fww no es sustancial.

Asimismo, es preciso tener presente lo que sucede con Fv, cuya función es proporcionar la contribución respecto de la proporción de superficie vidriada. Este término es siempre importante y, además, negativo, lo que indica que el aumento de la superficie vidriada lleva a una reducción en el consumo. Sin embargo, se advierte que Fvv (superficie vidriada), en el término cuadrático, lleva a un aumento del consumo, aunque considerablemente menor que el ahorro si el término fuera lineal.

Por último, en lo que respecta al análisis por variables individuales, se observa que tanto el espesor de la aislación del techo como el de los muros posee menor incidencia que otras variables. Esto quiere decir que existe un impacto menor en el consumo. El término cruzado de mayor importancia es Fwv, el que, además, es negativo. El resto de los términos son de importancia intermedia, lo que muestra que, si bien hay factores a resaltar, la excesiva simplificación del modelo y las consideraciones de diseño son detrimentales.

CONCLUSIONES

La investigación presentada aborda el estudio de ecuaciones representativas para la obtención del valor del REC de viviendas. Al tomar decisiones constructivas, el requerimiento energético es uno de varios factores a considerar. Dentro de ese análisis, contar con un modelo predictivo como el presente, simplifica la toma de decisiones, permitiendo que se tomen sobre consideraciones cuantitativas.

A partir de resultados de simulaciones paramétricas se elaboraron 40 modelos matemáticos. Los modelos no lineales se consideran más adecuados en un equilibrio entre complejidad para usuarios no especialistas con bajos niveles de error.

Los modelos considerados como óptimos demostraron que es posible acercarse de manera simple a un valor de referencia. El caso utilizado para la demostración de este sirve para verificar los valores sobre la base de las simulaciones, considerando a estas como verosímiles. Los resultados alcanzados evidencian que estos modelos responden de manera correcta a un primer análisis y son la base para decisiones certeras en beneficio de la eficiencia energética en los primeros pasos del proyecto arquitectónico.

El presente trabajo es factible de replicar en otras regiones del país por medio del cambio del archivo climático. El trabajo comprende la diversidad de transmitancia total de diferentes muros y techos, orientaciones y relación WWR. Para futuros trabajos se estipula necesario y posible la reducción de los datos utilizados como Dataset con la utilización de metodologías de muestreo y categorización como LHS (hiper cubo latino).

Contribución de los autores: Conceptualización, M.V.M. y G.J.B.; Curación de datos, A.A. y M.V.M.; Análisis formal A.A. y M.V.M.; Adquisición de financiación, M.V.M.; Investigación, M.V.M.; G.J.B y A.A. Metodología M.V.M.; Administración de proyecto, M.V.M.; Recursos; Software; Supervisión; Validación, M.V.M., G.J.B; y A.A.; Visualización: M.V.M.; Escritura – borrador original, M.V.M.; Escritura – revisión y edición M.V.M.; G.J.B y A.A.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Azar, E., Alaifan, B., Lin, M., Trepici, E., & Asmar, M. E. (2021). Drivers of energy consumption in Kuwaiti buildings: insights from a hybrid statistical and building performance simulation approach. *Energy Policy*, 150, 112154. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2021.112154>

Cătălina, T., Iordache, V., & Caracaleanu, B. (2013). Multiple regression model for fast prediction of the heating energy demand. *Energy and Buildings*, 57, 302–312. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2012.11.010>

Chang, C. C., Shi, W., Mehta, P., & Dauwels, J. (2019). Life cycle energy assessment of university buildings in tropical climate. *Journal of Cleaner Production*, 239, 117930. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.117930>

Chou, J., & Ngo, N. (2016). Time series analytics using sliding window metaheuristic optimization-based machine learning system for identifying building energy consumption patterns. *Applied Energy*, 177, 751–770. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.05.074>

González-Vidal, A., Ramallo-González, A. P., Terroso-Sáenz, F., & Skarmeta, A. F. (2017). Data driven modeling for energy consumption prediction in smart buildings. *2017 IEEE International Conference on Big Data (Big Data)*. <https://doi.org/10.1109/bigdata.2017.8258499>

Huang, S., Lin, Y., Chinde, V., Ma, X., & Lian, J. (2021). Simulation-based performance evaluation of model predictive control for building energy systems. *Applied Energy*, 281, 116027. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.116027>

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY (2022). Tracking Buildings 2022. Paris: International Energy Agency. <https://www.iea.org/energy-system/buildings>

Kwak, Y. H., Seo, D., Jang, C., & Huh, J. (2013). Feasibility study on a novel methodology for short-term real-time energy demand prediction using weather forecasting data. *Energy and Buildings*, 57, 250–260. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2012.10.041>

Malkawi, A., & Augenbroe, G. (2004). *Advanced Building Simulation*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203073674>

Papadopoulos, S., Azar, E., Woon, W. L., & Kontokosta, C. E. (2017). Evaluation of tree-based ensemble learning algorithms for building energy performance estimation *Journal of Building Performance Simulation*, 11(3), 322–332. <https://doi.org/10.1080/19401493.2017.1354919>

Raj, B. P., Meena, C. S., Agarwal, N., Saini, L., Khahro, S. H., Subramaniam, U., & Ghosh, A. (2021). A Review on Numerical Approach to Achieve Building Energy Efficiency for Energy, Economy and Environment (3E) benefit. *Energies*, 14(15), 4487. <https://doi.org/10.3390/en14154487>

Schwartz, Y., & Raslan, R. (2013). Variations in results of building energy simulation tools, and their impact on BREEAM and LEED ratings: A case study. *Energy and Buildings*, 62, 350–359. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2013.03.022>

Seyedzadeh, S., Rahimian, F. P., Rastogi, P., & Glesk, I. (2019). Tuning machine learning models for prediction of building energy loads. *Sustainable Cities and Society*, 47, 101484. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2019.101484>

Harputlugil, T., & De Wilde, P. (2021). The interaction between humans and buildings for energy efficiency: A critical review. *Energy Research & Social Science*, 71, 101828. <https://doi.org/10.1016/j.erss.2020.101828>

UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME (2022). *2022 Global Status Report for Buildings and Construction: Towards a Zero emission, Efficient and Resilient Buildings and Construction Sector*. <https://www.unep.org/resources/publication/2022-global-status-report-buildings-and-construction>

Fang, Y., & Cho, S. (2019). Design optimization of building geometry and fenestration for daylighting and energy performance. *Solar Energy*, 191, 7–18. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2019.08.039>

Ye, Y., Hinkelman, K., Zhang, J., Zuo, W., & Wang, G. (2019). A methodology to create prototypical building energy models for existing buildings: A case study on U.S. religious worship buildings. *Energy and Buildings*, 194, 351–365. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2019.04.037>

Zhao, H., & Magoulès, F. (2012). A review on the prediction of building energy consumption. *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 16(6), 3586–3592. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2012.02.049>