

# ESTUDIO, ANÁLISIS Y EVALUACIÓN ECONÓMICA DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN DE ALTA INCERTIDUMBRE, MEDIANTE EL ALGORITMO LEAST SQUARE MONTECARLO DE LONGSTAFF Y SCHWARTZ <sup>1</sup>

## STUDY, ANALYSIS AND ECONOMIC EVALUATION OF A PROJECT OF INVESTMENT OF HIGH UNCERTAINTY BY MEANS OF ALGORITHM LEAST SQUARE MONTECARLO OF LONGSTAFF AND SCHWARTZ

JUAN ALEJANDRO MARDONES ALARCÓN <sup>2</sup>  
EVELYN CAROLINA VÁSQUEZ SALAZAR <sup>3</sup>  
ALEJANDRO JAVIER ANDALAF CHACUR <sup>4</sup>

Universidad de Concepción, Concepción, Chile

### RESUMEN

En este trabajo se analizan y comparan los resultados obtenidos en la valoración económica de un proyecto de inversión, por medio de los métodos tradicionales de evaluación de proyectos ( $VAN > 0$ ) y la metodología de opciones reales propuesta por S. Myers en el año 1977.

Con este fin, utilizando el algoritmo Least Square Montecarlo (LSM), se valoran dos opciones de tipo americano posibles de ejercer, bajo dos estrategias de inversión distintas, aplicables durante los cuatro primeros años de vida del proyecto; la primera, una opción simple de espera y, la segunda, una opción compuesta secuencial de espera y expansión. La evolución del subyacente es modelada mediante un proceso de reversión a la media y un proceso browniano aritmético, basados en información histórica disponible.

Se concluye que la estrategia óptima a implementar es invertir secuencialmente en dos etapas, retardando la primera en dos años e invirtiendo después de este período el 68% del presupuesto total requerido. En esta etapa, el sistema operará sólo a un 75% de capacidad requerida. La segunda etapa de inversión se ejecutará en cuatro años más, y se invertirá en ésta el 32% restante del capital inicialmente presupuestado, completando de esta forma la capacidad del sistema en un 100%.

**Palabras Claves:** Opciones Reales, Opciones Compuestas Secuenciales, Algoritmo Least Square Montecarlo, Modelos Arima, Reversión a la Media, Movimiento Browniano Aritmético.

<sup>1</sup> El presente trabajo ha sido presentado a la Escuela de Graduados de la Universidad de Concepción, en el programa de Magíster en Ingeniería Industrial.

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Chile.  
E-mail: juanmardones@udec.cl

<sup>3</sup> Colaboradora docente Asociado, Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Chile.

E-mail: evelynvasquez@udec.cl.

<sup>4</sup> Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción, Chile.  
Phone (56 41) 2204151 Fax (56 41) 2207081. E-mail: aandalaf@udec.cl

## ABSTRACT

In this paper, we analyse and compare the results obtained by the economical value of an investment project, through the traditional methods of project evaluation (VAN>0) and the real option methodology introduced by S. Myers in 1977.

On this purpose, by using the Least Square Montecarlo (LSM), we value two possible American options, under two different investment strategies that we can apply for the first four years of the project lifetime; the first option is a simple wait option, the second one is a wait and expansion sequential compound option. The underlying evolution is modelled by a mean reversion process and an arithmetic Brownian process, based on historical data available.

We concluded that the optimal strategy to implement was to sequentially invest in two steps: postponed the first step of two years and invests after this period 68% of the total capital allocated. In this step, the system only works at 75% of the required capacity. The second investment step needs four years more to be achieved and will represent 32% of the capital initially allocated: it will therefore complete the system capacity at 100%.

## 1. INTRODUCCIÓN

El tradicional análisis de flujo de caja descontado, ha sido utilizado por muchos años como una importante herramienta de apoyo a la gestión de las empresas. Dicho análisis tiene como objetivo fundamental permitir a los directores tomar la decisión de invertir o no en un proyecto determinado. Según sea el caso, generará valor o evitará pérdidas económicas para la compañía. Las decisiones financieras en el actual panorama económico mundial están, de manera evidente, sustentadas en escenarios de gran incertidumbre, la que se manifiesta impactando a los proyectos en operación y, por supuesto, distorsionando los flujos de dinero proyectados por los métodos tradicionales de evaluación. Teniendo en consideración este hecho, se ha desarrollado un nuevo método en la evaluación de proyectos, que a diferencia del tradicional Método Financiero de Flujo Descontado es capaz de considerar la incertidumbre del escenario económico en el que se contextualiza el proyecto y otorga además al ejecutivo o al directorio de la empresa, la flexibilidad suficiente como para poder intervenir en su desarrollo con posterioridad a su puesta en marcha. Este método se conoce como "Método de Valoración por Opciones Reales".

### Definición del Problema

El presente estudio analiza la factibilidad de embarcarse en un proyecto de inversión de mucha importancia tanto desde el punto de vista estratégico como desde el punto de vista económico. El negocio involucra a las empresas pesqueras más grandes existentes en la octava región. Dicho proyecto, contempla ofrecer a este sector industrial el servicio de tratamiento y disposición de sus descargas de Residuos Industriales Líquidos, los que hoy son evacuados al interior de la bahía de Coronel, generando un impacto ambiental de grandes proporciones en ella.

El costo de inversión asociado a la prestación de los servicios requeridos se estima del orden de los 7 millones de dólares, y el cierre de los acuerdos comerciales requiere además, como condición, la suscripción de un contrato de servicios, con una duración de por lo menos 10 años. Este proyecto, que a simple vista parece un muy buen negocio, no está exento de detractores, los que argumentan que dada la alta incertidumbre asociada al negocio pesquero en cuanto a la poca certeza existente en la disponibilidad de los volúmenes de extracción del recurso, los retornos esperados durante 10 años de operación de contrato pudiesen eventualmente ser muy poco seguros, debido fundamentalmente a la íntima relación existente entre el volumen de riles tratado y la disponibilidad de materia prima que será procesada.

### Objetivos de la Investigación

1. Evaluar estratégicamente un proyecto de inversión mediante la metodología de Opciones Reales.
2. Analizar, contrastar y concluir acerca de los resultados obtenidos por medio de los métodos tradicionales de evaluación de proyectos y la Teoría de Opciones Reales.
3. Definir las políticas óptimas de inversión y reconocer las modalidades óptimas de flexibilidad de tipo operativo y estratégico del proyecto conforme éste se desarrolle.

### Planteamiento de la Hipótesis

"La evaluación de proyectos mediante la metodología de Opciones Reales permite valorizar en su real magnitud los beneficios económicos asociados a un proyecto de inversión, debido a que es posible incluir en su formulación los beneficios de la flexibilidad operativa y otros factores estratégicos tales como el seguimiento de las inversiones"

## 2. MATERIALES Y METODOS

### Los Métodos Tradicionales de Evaluación de Proyectos y las Opciones Reales

Una de las principales desventajas de utilizar el valor actualizado neto (VAN) de los flujos futuros, u otros métodos de descuento, es que no capturan apropiadamente la flexibilidad de gestión de un determinado proyecto de inversión ante cambios de mercado inesperados. Estos métodos de descuento tradicionales se apoyan en supuestos implícitos relacionados al escenario futuro de los flujos, los cuales son descontados a una tasa ajustada por riesgo. Una vez obtenido el valor actualizado, se decide aceptar el proyecto si éste es positivo, y rechazarlo en caso contrario.

Sin embargo, el desarrollo de los flujos futuros podrá ser diferente de lo que inicialmente se esperaba. A medida que se va obteniendo nueva información, y la incertidumbre sobre los flujos futuros se va resolviendo, podrá revisarse la estrategia que inicialmente se había propuesto llevar a cabo. En este contexto, se habla de una flexibilidad de gestión en cuanto a la posibilidad de posponer, expandir, contraer o cerrar un proyecto, durante la vida del mismo. Los métodos tradicionales de descuento ignoran esta flexibilidad, y es por ello que a menudo subvaloran los proyectos de inversión, propiciando decisiones sesgadas que pueden conducir a irrecuperables pérdidas de posición en el mercado. (Ghemawat, 1993).

Las opciones reales han hecho posible incorporar, al proceso de evaluación de proyectos de inversión, los conceptos de flexibilidad operativa y estratégica que otorgan valor al proyecto, en el sentido de que una empresa tiene la opción de esperar y ver antes de invertir en un proyecto, de abandonarlo durante su construcción o al final de su vida económica, de cesar temporalmente la producción, de utilizar la inversión en usos alternativos o de reducir o ampliar la escala del proyecto.

La valoración mediante opciones reales (OR) mide la flexibilidad operativa y estratégica, reflejando el valor de esta adaptabilidad y asimetría mediante la expresión:

$$VAN (Ampliado) = VAN (Tradicional) + OR_1 \& OR_2 \& \dots \& OR_n$$

La motivación que empuja a utilizar como instrumento de valoración la teoría de las opciones reales, en vez de los métodos tradicionales de descuento de flujos, proviene de su capacidad para conceptualizar y cuantificar este valor adicional. Esto no quiere decir que los métodos tradicionales deban ser abandonados; de hecho, éstos deben ser vistos como necesarios para la obtención del valor actualizado neto estratégico. (Palacios, Rayo, Herreras & Cortes, 2004), (Meljem & Morales, 2005).

Por las razones anteriormente expuestas, y dado que el valor de la flexibilidad y de las acciones estratégicas no puede ser capturado apropiadamente por los métodos de descuento de los flujos futuros, se puede plantear la valoración del "Proyecto Pesqueras Coronel" pensando en las oportunidades de inversión como opciones reales (opciones sobre bienes o activos reales).

Para la valoración de una opción real, independientemente del método que se utilice, es necesario identificar los siguientes elementos, ver Tabla N° 1.

**Tabla N° 1: Input Necesarios para la valoración de Opciones Reales**

<b>INPUT</b>	<b>DESCRIPCION</b>
Activo subyacente	Proyecto de inversión
Valor del activo subyacente	Valor presente del flujo de caja libre del Proyecto
Tiempo hasta el vencimiento	Periodo durante el cual la decisión de inversión se puede ejercer
Precio de ejercicio	Inversión inicial del proyecto
Volatilidad del activo Subyacente	Riesgo operativo subyacente
Tasa libre de riesgo	Mínimo rendimiento de una inversión libre de riesgo. Corresponde al rendimiento de los bonos del tesoro a 10 años en Estados Unidos

Estos factores determinan el valor de la opción, siendo la volatilidad una variable crucial. En la medida que la volatilidad sea mayor, más valiosa es la opción de inversión, ya que se amplía el rango de resultados potenciales, no obstante, esto no implica que se incremente el deseo de ejecutarlo. Por el contrario, el aumento en el riesgo reduce el deseo de invertir. La opción se hace más valiosa porque refleja la necesidad de esperar por mayor información. (Mora, Agudelo & Dyner, 2004).

### Opciones Reales de tipo Americanas presentes en el proyecto

Con el fin objetivo de definir qué tipo de Opciones Reales es factible valorar en la evaluación del proyecto "Pesqueras Coronel", analizaremos a continuación las características relevantes de éste y las distintas alternativas de inversión a considerar.

Para iniciar las operaciones será necesario realizar una inversión inicial ( $I_1$ ), de tal forma, que en esta primera etapa, se pueda contar con la infraestructura necesaria para la prestación del servicio solicitado por los clientes. Sin embargo, dada la incertidumbre asociada a la demanda esperada del servicio, es bastante riesgoso tomar la decisión de invertir inmediatamente en el proyecto; no obstante el tiempo para realizar las inversiones iniciales del que se dispone es de un máximo de dos años, plazo después del cual la oportunidad de concretar el negocio expira (Competencia toma el Proyecto).

En este caso nos encontramos frente a la Opción Real de **Postergar** las inversiones hasta prever un mejor escenario de la demanda; sin embargo, es claro que esta postergación tiene un límite máximo de tiempo, el cual está definido por los requerimientos del cliente.

Posteriormente, y dada la incertidumbre que genera la demanda del servicio, eventualmente podría ocurrir que ésta sea mayor a la inicialmente proyectada y, por lo tanto, la capacidad de la infraestructura existente a mediano y corto plazo no de abasto. En este escenario nos enfrentamos a la Opción Real de **Expandir o ampliar** la capacidad de tratamiento disponible, siendo necesario para ello realizar una nueva inversión ( $I_2$ ) con la cual sería posible capturar la totalidad de la demanda de tratamiento de aguas de procesamiento requerida por el mercado industrial de la zona.

A partir de la descripción y análisis cualitativo del proyecto, puede afirmarse que las opciones a valorar resultan equivalentes a una opción americana de compra, escrita sobre el valor presente de los flujos de caja generados por la prestación del servicio, lo que es consistente

con el hecho de que ésta es la forma habitualmente adoptada por las oportunidades de inversión. (Alonso, Azofra & de la Fuente, 2005), (Hull, 2000).

Con el objetivo de evaluar el impacto de las opciones de tipo americano presentes en este proyecto de inversión, se utilizará la metodología propuesta por Longstaff y Schwartz (2001) llamada “Least-Squares Montecarlo” (Longstaff & Schwartz, 2001).

### El método Least-Squares Monte Carlo (LSM)

El principal problema para valorar opciones americanas proviene de la posibilidad de ejercerla antes del vencimiento. Existen, por tanto, diferentes fechas posibles de ejercicio, en cada una de las cuales el propietario de la opción debe decidir entre ejercer la opción o esperar a ejercer en una fecha futura. Esta decisión depende de la comparación entre (a) la ganancia que se obtiene si se ejerce la opción (el valor inmediato de ejercicio) y (b) la ganancia que se consigue si se ejerce la opción en un momento posterior (el valor de continuación).

Por tanto, la principal cuestión a la que se enfrenta el inversor es el cálculo de este valor de continuación. Longstaff y Schwartz (2001) han propuesto un método para calcular este valor mediante una regresión de mínimos cuadrados, que se realiza en cada una de las fechas posibles de ejercicio. La información proporcionada por esta regresión se complementa con la obtenida mediante simulaciones de Monte Carlo. Estas regresiones utilizan como variables explicativas una serie de funciones cuyos argumentos dependen de los precios de los activos subyacentes. El valor esperado de continuación de la opción viene dado por el valor estimado en estas regresiones. La decisión óptima de ejercicio se toma tras comparar estos valores estimados con los valores de ejercicio inmediato. Este proceso se repite recursivamente en cada una de las posibles fechas de ejercicio, comenzando en el instante dado por el vencimiento de la opción y terminando en el momento inicial. Así, en cada fecha de ejercicio se obtiene un flujo de caja. El precio de la opción americana se obtiene descontando al momento inicial estos flujos de caja.

Longstaff y Schwartz, quieren valorar en el instante inicial,  $t = 0$ , una opción que vence en el instante  $T$ . En el intervalo temporal finito,  $[0, T]$ , se define un espacio de probabilidad,  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , y una medida martingala equivalente,  $Q$ . Denotamos por  $C(\omega, s; t, T), \omega \in [t, T]$  la trayectoria de flujos de caja de la opción, suponiendo que la opción se ejerce después de  $t$  y que el inversor siempre sigue la estrategia óptima de decisión.

Se supone que la opción americana se puede ejercer en un número finito de fechas de ejercicio  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_K = T$ . Esto equivale a aproximar la opción americana por su opción bermuda correspondiente. Bajo condiciones de no-arbitraje, el valor de continuación es igual a la esperanza (neutral al riesgo) de los flujos de caja futuros descontados  $C(\omega, s; t, T)$ :

$$F(\omega, t_i) = E_Q \left[ \sum_{j=i+1}^K \exp(-\int_{t_i}^{t_j} r(\omega, s) ds) C(\omega, t_j, t_i, T) \middle| \mathcal{F}_{t_i} \right] \quad (1)$$

donde de  $r(\omega, s)$  es el tipo de interés libre de riesgo y  $\mathcal{F}_{t_i}$  representa la información disponible en el instante  $t_i$ . El principal supuesto en que se basa el algoritmo LSM es que, en cada una de las posibles fechas de ejercicio, esta esperanza condicional se puede aproximar mediante una regresión de mínimos cuadrados. Así, en el momento  $t_{k-1}$ , se supone que  $F(\omega, t_{k-1})$  puede expresarse como una combinación lineal finita de funciones básicas ortonormales  $(p_j(X))$  como, por ejemplo, los polinomios Laguerre, Hermite, Legendre o Jacobi. Esto es:

$$F(\omega, t_{k-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j p_j(X) \quad a_j \in R \quad (2)$$

puede aproximarse por:

$$F(\omega, t_{k-1}) = \sum_{j=0}^M a_j p_j(X) \quad a_j \in R \quad (3)$$

Este procedimiento se repite en cada fecha de ejercicio comenzando por el instante en el que vence la opción hasta llegar a la primera fecha posible de ejercicio. (Moreno & Navas, 2003)

Teniendo en consideración el algoritmo descrito anteriormente, se analizó en primer término, la evaluación del proyecto considerando la opción simple de *diferir* las inversiones por un periodo máximo de dos años, efectuando para ello un desembolso inicial  $K = 7,066$  millones de dólares, correspondiente a la totalidad de la inversión necesaria, para satisfacer el 100% de la demanda proyectada.

### Opciones Compuestas mediante LSM

Una opción compuesta, es una opción que una vez ejercida da el derecho de ejercer otras opciones. Su valor por lo tanto depende del valor de las opciones subsecuentes.

Una cartera de  $H$  opciones compuestas con madurez  $T_h (T_1 \leq T_2 \dots T_H)$ , se evalúa a través del método LSM, partiendo con la opción de mayor madurez. Como la  $h$ -ésima opción da el derecho de ejercer la siguiente, el payoff  $\Pi_h(t, X_t)$  debe incluir el valor de la  $(h+1)$ -ésima opción, por lo tanto  $F_h$  se calcula como sigue:

$$F_h(t, X_t) = \tau \in T(t, T_h) \left\{ E_t^* \left[ e^{-r(\tau-t)} (\Pi_h(\tau, X_\tau) + F_{h+1}(\tau, X_\tau)) \right] \right\} \quad (4)$$

La ecuación de Bellman para este tipo de opciones esta dada por:

$$F_h(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \Pi_h(t_n, X_{t_n}) + F_{h+1}(t_n, X_{t_n}), \right. \\ \left. e^{-r(t_{n+1}-t_n)} E_{t_n}^* \left[ F_h(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \right] \right\} \quad (5)$$

De acuerdo a ello, el análisis de las opciones secuenciales compuestas asociadas al proyecto se estructuró de acuerdo al siguiente esquema de evaluación:

Se analizó la opción de diferir la primera inversión  $I_1$ , correspondiente a un 68% del valor total inicialmente considerada, hasta  $T_1 = 2$  años como máximo, invirtiendo para ello  $K_1 = 4,8$  millones de dólares aproximadamente, para esa primera etapa, con la cual la empresa se adjudica un  $e_1 = 75\%$  de la demanda de tratamiento máxima proyectada para potencial negocio.

Posteriormente, y dadas las condiciones del mercado, se evaluó la factibilidad de capturar los cashflow generados por la demanda creciente del mercado, expandiendo el negocio mediante una nueva inversión cuyo valor es  $K_2 = 2,2$  millones de dólares, tomando con ello la fracción restante  $e_2 = 25\%$ , con lo cual se completaría el 100% de la demanda de tratamiento máxima proyectada para el negocio en estudio. La opción de expandir es posible de ser ejercida solo una vez ejecutada la primera opción de realizar la inversión.

Para realizar esta evaluación, en primer lugar se determinó el valor de la  $h+1$  opción, la segunda opción secuencial, es decir, la opción de expansión, la cual debe ejercerse o no como máximo hasta el cuarto año de operación del proyecto, para ello se simuló la demanda que generará el valor del proyecto durante los primeros 4 años de duración; en este caso, el algoritmo tomará la decisión óptima entre expandirse hasta el 100% de la demanda requerida (capturando el 100% del valor del proyecto) o mantener el nivel de servicios actual en sólo un 75%, el payoff de esta opción esta dado por:

$$\Pi_2(t, S_t) = \max \{ e_2 S_t - K_2, 0 \} \quad (6)$$

El valor resultante de esta primera evaluación se actualiza al tiempo donde la primera opción de inversión debe ser ejercida, es decir, hasta el año 2. Finalmente, este valor es el utilizado para realizar la segunda corrida de simulaciones, en la cual el algoritmo LSM tomará la decisión óptima entre invertir, para capturar el 75% del valor potencial de la empresa o esperar, resultando finalmente de aquí el valor del proyecto, considerando ahora las 2 opciones secuenciales compuestas de espera y expansión. El payoff de esta opción esta dado por:

$$\Pi_1(t, S_t) = \max \{ e_1 S_t - K_1 + F_2(t, S_t), 0 \} \quad (7)$$

Donde  $F_2$  es el valor de la opción de expansión. (Gamba, 2002), (Rodrigues & Rocha, 2006).

### Modelación de la Demanda

En esta etapa del trabajo se estimó, en tiempo discreto, el comportamiento de la demanda del servicio de tratamiento, la que como sabemos está relacionada directamente con el nivel de cuota pesquera extraída. Por esta razón, al hablar del comportamiento de la demanda del servicio, estaremos haciendo alusión directa a los niveles de pescado extraído y procesado en las plantas industriales. Para modelar el comportamiento de la demanda, se postuló a que ésta posee características manifiestas de:

- a) **Estacionalidad:** La demanda de servicio de tratamiento, o lo que es análogo, el nivel de pescado disponible para su extracción, en general está muy influenciada por las cuotas de pesca asignadas, los periodos de veda y las variaciones de las condiciones climáticas. Esto se refleja con fuertes alzas y bajas de manera periódica, es decir, con un comportamiento estacional.
- b) **Proceso de Reversión a la Media:** Al analizar los datos históricos de los últimos 4 años se observa, a primera vista, que el comportamiento a largo plazo de los niveles de extracción del recurso pesquero, enmarcado dentro del contexto de la ley de cuotas de pesca, tienden a un valor medio; por este motivo, podría afirmarse que una característica relevante en el volumen de pescado extraído es la de reversión a la media. Es decir, los volúmenes de pescado explotado reversionan a largo plazo a un determinado nivel. (Geman, 2005).

- c) **Incertidumbre y Volatilidad:** Al igual que el riesgo, la incertidumbre denota aquellas situaciones cuyo desenlace no es conocido o se conoce de forma incompleta; esto, debido a la existencia de variables ajenas a la empresa, tales como: costo de los factores productivos, demanda del mercado, comportamiento de la competencia, avances en la tecnología o decisiones gubernamentales, entre otras. A diferencia del riesgo, donde se conoce la probabilidad de que suceda cada posible resultado, en la incertidumbre se desconoce la probabilidad de ese resultado futuro. La volatilidad son las grandes oscilaciones que experimenta el activo subyacente dentro de un amplio período de incertidumbre económica o financiera, la cual se mide por la desviación estándar. La volatilidad se refiere al posible rango de variaciones del subyacente, que es en este caso la demanda de tratamiento. En consecuencia, el mercado de opciones traducirá los aumentos de volatilidad en aumentos de demanda, y a la inversa (Gómez, 2004).

### Elección del Modelo

La elección del modelo se realizó comparando la distribución de probabilidades resultante de cada uno de los modelos propuestos, con la distribución de probabilidades obtenidas de los datos reales. Un procedimiento aproximado para realizar la comparación es calcular los momentos de cada variable modelada. (Arriagada, 2001.).

El momento n (Mn) de una variable x esta definido por:

$$Mn = E(x^n) = \int p(x) \cdot x^n \cdot dx \quad (8)$$

Con p(x): función de densidad de x.

Por lo general, se comparan los primeros cuatro momentos:

- **(M1) Media:** Es el valor esperado de la variable aleatoria
- **(M2) Desviación Estándar:** Sugiere el ancho de la distribución de probabilidades.
- **(M3) Skew:** Determina si el volumen de extracción del recurso se distribuye de manera simétrica o no.
- **(M4) Kurtosis:** Describe el grosor de las colas de la distribución. A mayor grosor, mayor probabilidad de obtener volúmenes de extracción extremadamente altos o bajos.

## Formulación del Modelo

Como se afirmó anteriormente, se asume que los volúmenes de pescado (S) extraídos mensualmente siguen un proceso de *Reversión a la Media* a corto plazo; este proceso es conocido también como proceso de Ornstein-Uhlenbeck, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$dS = k(\bar{S} - S) dt + \sigma dZ \quad (9)$$

Por otro lado, también se asumió que a largo plazo la extracción del recurso sigue un proceso *Browniano Aritmético*, que es un tipo particular de proceso de Wiener del tipo:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dZ \quad (10)$$

En la ecuación, dS representa el incremento en el valor del activo subyacente durante un intervalo de tiempo infinitesimal dt, y dz es la incertidumbre subyacente que dirige el modelo y que se comporta como un proceso Wiener durante dt. En este caso  $\mu$ , representa el rendimiento medio, drift, deriva o tendencia del subyacente. Debido al Proceso de Wiener incorporado en el modelo es posible deducir que la variable dS sigue una distribución normal con media  $\mu dt$  y varianzporado en el modelo es posible deducir que la variable dS sigue una distribución normal con media  $\mu dt$  y varianza  $\sigma^2 dt$ . ( $dS \sim N(\mu dt, \sigma^2 dt)$ ). (Magnus & Taule, 2004.), (Caballero del Avellanal, 2003.), (Arriagada, 2001.)

En consecuencia, la demanda del servicio de tratamiento o indistintamente los volúmenes de extracción del recurso (o demanda de tratamiento de riles) será definido completamente, mediante una función que consta de un componente de reversión a la media a corto plazo y/o de un componente de demanda a largo plazo que sigue un movimiento browniano aritmético.

Las ecuaciones utilizadas para definir el modelo serán las siguientes:

$$D = X_t + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$dX = k(\alpha^* - X)dt + \sigma_X dZ_X^* \quad (12)$$

$$d\varepsilon = \mu^* dt + \sigma_\varepsilon dZ_\varepsilon^* \quad (13)$$

Donde  $\mu^*$  es la tendencia esperada del nivel de equilibrio de largo plazo,  $k$  es el coeficiente de reversión a la media que describe la tasa a la que se espera que desaparezcan las desviaciones de corto plazo y  $dZ_X$  y  $dZ_\varepsilon$  son incrementos de un movimiento browniano estándar que están correlacionados según:

$$dZ_X dZ_\varepsilon = \rho dt \quad (14)$$

## Estimación de Parámetros del Modelo

Los datos utilizados para la estimación de los parámetros de las dos ecuaciones anteriores, son los volúmenes de pescado extraído durante los años 2003 al 2006. Esta información fue proporcionada por las bases históricas del Servicio Nacional de Estadística (INE), dependiente del Estado de Chile. Es importante aclarar el hecho de que debido a que no existe un mercado de futuro que nos dé la posibilidad de calcular los parámetros del modelo, estos se determinaron exclusivamente en base a la información histórica existente. Por último, con el objetivo de

realizar una correcta estimación de los parámetros, previo a su determinación se efectuó una desestacionalización de los volúmenes históricos de pescado descargados, calculando entonces, un factor de estacionalidad para cada uno de los 12 meses del año.

**a) Definición y Conceptos Básicos de los Modelos Autorregresivos (Arima):** Definimos un modelo como autorregresivo si la variable endógena de un período  $t$  es explicada por la  $S$  observaciones de ella misma correspondientes a períodos anteriores, añadiéndose, como en los modelos estructurales, un término de error. Los modelos autorregresivos se abrevian con la palabra AR tras la que se indica el orden del modelo: AR(1), AR(2),...etc. El orden del modelo expresa el número de observaciones retasadas de la serie temporal analizada, que intervienen en la ecuación. Así, por ejemplo, un modelo AR(1) tendría la siguiente expresión:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + a_t \quad (15)$$

El término de error  $a_t$  de los modelos de este tipo se denomina generalmente ruido blanco cuando cumple las tres hipótesis básicas tradicionales, además de la Normalidad: Media Nula, Varianza Constante e Incorrelación.

**b) Parámetros con Reversión a la Media:** El método de estimación de parámetros con reversión a la media utilizado fue desarrollado por Dixit y Pindyck, y aplicado posteriormente en la evaluación de proyectos energéticos. Para el caso de esta evaluación, la ecuación que modela la reversión a la media en el volumen extraído  $S$ . Queda expresada de la siguiente forma:

$$dS = \kappa (\bar{S} - S)dt + \sigma dZ \quad (16)$$

En esta ecuación, la volatilidad tiene las mismas unidades que el volumen de extracción (Ton/mes). (Magnus & Taule, 2004).

Para determinar los parámetros del proceso anterior se estimarán los coeficientes del siguiente proceso discreto y auto regresivo de primer orden o AR(1):

$$\Delta S_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t + \sigma_v N(0,1) \quad (17)$$

Donde  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  son constantes, con  $-1 < \alpha_1 < 1$ , y  $\sigma_v$  es una variable aleatoria normalmente distribuida de media nula. Este proceso es estacionario y  $S_t$  tiene un valor esperado a largo plazo igual al largo plazo igual a  $\alpha_0 / (1 - \alpha_1)$ , independientemente de cuál sea su valor actual. El proceso AR(1) se denomina también proceso de reversión a la media, porque el valor de  $S_t$  tiende hacia su valor esperado a largo plazo (Lucia & Schwartz, 2000).

Una vez calculados los coeficientes  $\alpha$ , se determinará el resto de parámetros de la ecuación, mediante las siguientes relaciones :

$$\bar{S} = \frac{-\alpha_0}{\alpha_1} \quad (18) \quad k = -\ln(1 + \alpha_1) \quad (19)$$

$$\sigma = \sigma_v \sqrt{\frac{\ln(1 + \alpha_1)}{\alpha_1(1 + \alpha_1)}} \quad (20) \quad \alpha^* \equiv -\frac{\lambda_X \sigma}{k} \quad (21)$$

Donde  $\alpha^*$ , es estimada a partir del ajuste de la curva forward definida para un proceso de dos factores correlacionados, dada por la ecuación, donde  $k$ ,  $\alpha^*$  y  $\mu^*$  son el coeficiente de reversión a la media, el precio (o en este caso la demanda) de riesgo de mercado y el drift, deriva o tendencia del subyacente.

$$F(S_t, T) = \bar{S} + e^{-\kappa(T-t)} X_t + \varepsilon_t + (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \alpha^* + \mu^*(T - t) \quad (22)$$

Es importante aclarar que la estimación de parámetros realizada es válida sólo para un proceso de Ornstein-Uhlenbeck, debido a que la discretización se realizó en base a este modelo. (Magnus, R. y Taule, J., 2004).

**c) Parámetros con movimiento Browniano Aritmético:** El objetivo de utilizar este tipo de proceso en la modelación radica fundamentalmente en el hecho de generar continuas y aleatorias perturbaciones en las trayectorias seguidas por el subyacente, considerando la tendencia histórica seguida por éste a través de los años, la que queda definida por el drift o deriva. En este tipo de proceso la tasa de crecimiento es constante e independiente del valor que tome  $S$  (Lucia & Schwartz, 2000).

La regresión utilizada para estimar los parámetros del movimiento browniano aritmético fue la siguiente:

$$\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} = \mu + \xi_t \quad (23) \quad \mu^* = \mu - \lambda_\varepsilon \sigma_\varepsilon \quad (24)$$

Donde  $\mu^*$  fue determinado, realizando una regresión lineal sobre los promedios mensuales anuales de pescado extraído a nivel nacional durante los últimos 5 años. Por otra parte  $\mu$  fue estimado, ajustando la ecuación de regresión (24) a los mismos datos históricos de descarga de pescado, utilizados para determinar los parámetros correspondientes al proceso de reversión a la media.

**d) Determinación de los Parámetros:** Para la determinación de parámetros de los modelos propuestos se implementó y utilizó el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM). Este es un algoritmo iterativo de optimización, en el que el método de iteración presenta una ligera modificación sobre el método tradicional de Newton. Este ajuste de parámetros entregó los siguientes resultados para un proceso de reversión a la media y un proceso Browniano Aritmético, ver Tablas Nº 2, 3 y 4.

**Tabla N° 2: Parámetros Proceso Reversión a la Media**

Parámetro	Valor	Unidad
$\alpha_0$	28,960	MilesTon/mes
$\alpha_1$	0,592	-----
$\sigma$ regresión	48,305	MilesTon/mes

**Tabla N° 3: Parámetros Proceso Browniano Aritmético**

Parámetro	Valor	Unidad
$\mu$	5,327	MilesTon/mes
M	0,000955	-----
$\sigma$ Regresión	50,518	MilesTon/mes

**Tabla N°4: Parámetros del Modelo Propuesto**

Parámetro	Estimación	Unidades
$\sigma_x$	48.305	Ton/mes
$\sigma_\epsilon$	50,518	Ton/año
$\rho$	0,05	---
$\kappa$	0,524	---
$\mu$	5,327	Ton/año
$\alpha$	80,024	Ton/mes

#### Elección del Modelo que mejor se ajuste a la realidad.

Las ecuaciones (17) y (24) representan a los modelos auto regresivos utilizados para proyectar la demanda futura del servicio; sin embargo, si los residuales carecen de normalidad, heterocedasticidad o correlación serial, sería posible concluir que el modelo no se ajusta a los datos y podrían, por lo tanto, estar sesgadas la estimaciones de los parámetros de ajuste y de la media de largo plazo del proceso (Lopez, 2004).

Para definir el modelo a utilizar en la evaluación del proyecto, se compararon los cuatro primeros momentos de los modelos propuestos, simulando para cada uno de ellos 5.000 trayectorias mediante Montecarlo y eligiendo entonces el que mejor se ajuste a la realidad, ver Tabla N° 5.

Analizando los estadísticos de prueba, podemos observar que el modelo RM+BA representa de mejor forma el comportamiento histórico de los volúmenes de pescado extraídos y, por lo tanto, este modelo será el utilizado para simular la evolución del comportamiento del subyacente; en la evaluación económica del proyecto, no obstante, es evidente que el valor tanto de la media como del skew entregado por la simulación, se desvían de manera no despreciable de los valores resultantes de los datos reales. Esto es posible de explicar debido básicamente a falencias inherentes al modelo utilizado para realizar las proyecciones. Recordemos que estos fueron concebidos para modelar básicamente el comportamiento de precios en el mercado y no procesos relacionados con una fuerte componente biológica y medioambiental, como lo es la explotación de un recurso natural renovable.

**Tabla N° 5: Comparación de los Momentos Resultantes**

Momento	Datos Históricos	Modelo BA	Modelo RM	Modelo BA+RM
Media	117,62	57,14	78,90	129,86
Varianza	2.529	1.705	363	2.532
Skew	0,536	0,808	-0,05	0,38
Curtosis	3,487	3,850	2,930	3,43

**Ajuste del modelo a los datos.**

Tal como se mencionó, para verificar el buen ajuste del modelo a los datos reales, se deben cumplir dos condiciones básicas: la normalidad de los residuos y la verificación de que éstos se comportan como ruido blanco; es decir, su varianza es constante, su media es nula y su correlación es inexistente. A continuación verificaremos, mediante diversas pruebas de hipótesis, la bondad del ajuste del modelo propuesto.

**a) Normalidad de los Residuos:** Se verificó la normalidad de los residuos por medio de una prueba de hipótesis denominada Contraste  $\chi^2$  de Pearson. El resultado obtenido es el siguiente:

$\chi^2_{\text{Observado}} = 1.65$ . Luego para la distribución del estadístico es Chi-Cuadrado con  $k - 3 = 4$  grados de libertad, al buscar en la tabla hallamos que:  $\chi^2_{4;0.05} = 9.49$ . Por lo tanto con un 5% de significancia, aceptamos la hipótesis de normalidad de los residuos, pues  $\chi^2_{\text{Observado}} < \chi^2_{4;0.05}$ .

**b) Residuos como Ruido Blanco:** Si un modelo es capaz de capturar las relaciones existentes entre los diferentes valores de un proceso, el residuo tiene entonces un comportamiento puramente aleatorio; es decir, es un ruido blanco, y en consecuencia es capaz de representar de forma confiable su comportamiento real, en consecuencia se debería esperar de éste que su varianza sea constante, su media nula y su correlación inexistente.

**b.1) Varianza Constante:** La prueba de homogeneidad de varianzas propuesta por Hartley permite verificar esta hipótesis ( $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ ) a partir de las variancias  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2$ , observadas en  $k$  muestras del mismo tamaño  $n$  ( $n_1 = n_2 = \dots = n_k$ ), mediante el estadístico:  $F_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}^2 / \sigma_{\text{min}}^2$ . En este caso  $F_{\text{max}} = 112.41$  y  $F_{\text{max}}(12,3,0.05) = 124$ , por lo tanto nada se opone a aceptar la hipótesis de homogeneidad de variancias de la población origen.

**b.2) Media Nula:** Para definir el cumplimiento de esta condición, puede calcularse el cociente entre la media y la varianza muestral de los residuos. Si ese ratio es inferior a 2, valor que en este caso es igual a -0,0204, podemos concluir (con un  $\xi = 0,05$ ) que la media no es significativamente distinta de cero. (De Arce & Mahía).

**b.3) Residuos No Correlacionados:** Para estudiar la incorrelación de los residuos. se utilizó el contraste de Ljung-Box. Este analiza la hipótesis nula de que  $H_0: \rho_1(a)=\rho_2(a)=\rho_3(a)=\dots=\rho_M(a)=0$ , es decir, los coeficientes de correlación de los residuos  $\rho$  son todos nulos, suponiendo que el estadístico analizado se distribuye como una chi-cuadrado con  $M-k$  grados de libertad. El resultado de este contraste ( $L-B = 20.8092$ ) concluyó que los residuos están no correlacionados y que, por lo tanto, se acepta  $H_0$  al nivel 5% de significancia.

## Descripción del proceso de Evaluación mediante Opciones Reales.

En concreto, el proyecto considerado representa en su primera etapa una inversión consistente en la instalación de capacidad productiva para atender la demanda solicitada de servicio de tratamiento de riles. De esta inversión se espera una corriente de flujos de caja dependientes de una única variable exógena, la demanda de ese servicio, cuya evolución en el tiempo se ajusta a un proceso de modelación de dos factores, descritos con anterioridad.

A partir de la modelación anterior discretizada es posible generar diferentes proyecciones de la variable demanda mediante una simulación de Monte Carlo, a un horizonte temporal que vendrá dado por el período de análisis de la valoración que se desea realizar. El número de proyecciones o simulaciones diferentes que es necesario llevar a cabo, dependerá del error de convergencia que se desee alcanzar al final del horizonte temporal. Una vez obtenidas  $N$  proyecciones distintas de la cifra de demanda y asociando a ésta el modelo flujos de caja que relaciona el ingreso con la demanda, se obtendrán otras tantas proyecciones de la cifra de ingresos, que a su vez se emplearán para realizar distintas valoraciones del proyecto bajo análisis.

### Estimación del valor de la empresa

Para determinar el valor de la empresa es necesario pronosticar los flujos de caja que ésta va a generar durante el período de análisis y por tanto resulta imprescindible estimar los valores futuros de cada una de las partidas que componen el flujo de caja. En particular, el flujo de caja disponible en el año  $j$  ( $FC_j$ ) se puede estimar a través de la siguiente expresión:

$$FC_j = (EBIDTA_j - DEP_j) * (1 - TI_j) + DEP_j \quad (22)$$

siendo:  $EBIDTA_j$ : Beneficios antes de intereses, impuestos y depreciaciones para el año  $j$ ,  $DEP_j$ : depreciación de los activos estimada para el año  $j$  y  $TI_j$ : tasa impositiva estimada para el año  $j$ , en este caso 17%.

La estimación del valor de la empresa se llevará a cabo mediante el método del descuento de flujos de caja disponibles, a través de la siguiente expresión, siendo ésta, además, la relación existente entre la demanda proyectada y el valor de la empresa:

$$Valor \ Empresa = \sum_{i=1}^n \frac{FC_i}{(1 + k_o)^i} + \frac{Valor \ Terminal}{(1 + k_o)^n} \quad (23)$$

Siendo  $FC_i$  el flujo de caja disponible generado por la empresa en el período  $i$ ,  $k_o$  la tasa de descuento aplicable definida por la empresa y  $n$  el período de análisis.

Para estimar el valor terminal del proyecto, se calculó la suma de los valores contables o valores libro de los activos. Por lo tanto el valor contable corresponderá al valor que a esa fecha aún no se haya depreciado de los activos.

De esta forma, el valor terminal quedaría como:

$$Valor \ Terminal = \sum I - \left(\frac{I}{n} * d\right) \quad (24)$$

donde: I: Inversión en el activo, N: Número de años a depreciar el activo y D: Número de años ya depreciados del activo, al momento de hacer el cálculo del valor de desecho.

La tasa adecuada para descontar los flujos de caja disponibles fue definida previamente por la empresa para ser aplicada a evaluación de proyectos de negocios no regulados, teniendo ésta un valor de un 15%. Por otro lado, la tasa de interés libre de riesgo utilizada para la valoración de las opciones fue el rendimiento de los bonos del tesoro a 10 años en Estados Unidos, cuyo valor actual es de un 5%.

### 3. RESULTADOS

La predicción de los ingresos de la empresa, pieza clave en la estimación de los flujos de caja, se realizó utilizando como variable exógena. la demanda de tratamiento de residuos industriales líquidos, a través de un modelo basado en un movimiento browniano aritmético y un proceso de reversión a la media. Para obtener un rango de valoración de la empresa se proyectó la variable demanda de tratamiento mediante una simulación de Montecarlo.

Inicialmente, el proyecto fue evaluado de acuerdo a la metodología tradicional de evaluación de proyectos, invirtiendo en primer término el monto total de capital requerido para adquirir los activos fijos, de modo de poder satisfacer el 100% de la demanda desde un principio. Posteriormente, y bajo el mismo esquema tradicional, se evaluó la alternativa de llevar a efecto las inversiones en dos etapas: en la primera se efectuaron las inversiones necesarias para satisfacer hoy el 75% de la demanda requerida, y posteriormente, en cuatro años más, invertir el capital adicional necesario para responder al 100% de la demanda total inicialmente proyectada.

La evaluación siguiente fue realizada en el contexto de las opciones reales, existentes para el proyecto; para ello se analizaron los siguientes escenarios:

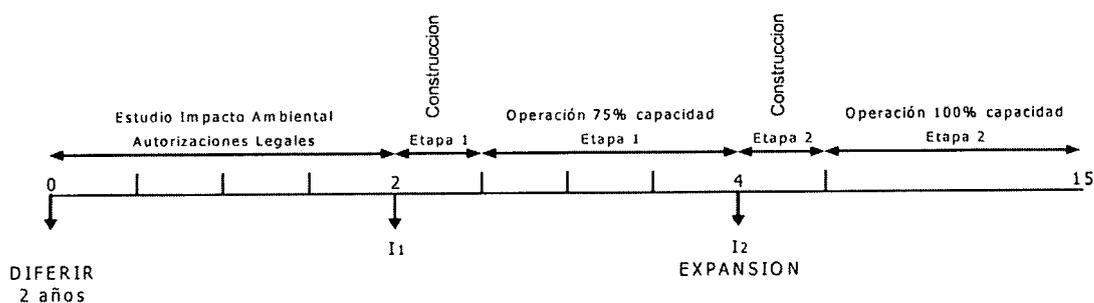
**Escenario 1:** Postergar el 100% de la inversión inicial, por un plazo máximo de dos años.

**Escenario 2:** Invertir en dos etapas; esta alternativa otorga al proyecto la flexibilidad de postergar en un máximo de dos años el cumplimiento de la primera etapa de inversión. En esta etapa se capturará sólo el 75% de la demanda potencial proyectada, invirtiendo solamente el 68 % del capital total disponible, para posteriormente, el cuarto año, expandir la capacidad de tratamiento del sistema al 100% de la demanda originalmente presupuestada, invirtiendo aquí el 22% de la inversión total restante. Ver resumen de resultados en Tabla N° 6 y Esquema de Inversiones en la Figura N° 1.

Tabla N° 6: Cuadro Resumen de Resultados

Escenario	Inversión Inicial (MM US\$)	VAN Sin Opciones (MM US\$)	Tipo de Opción	VAN Con Opciones (MM US\$)	Valor Opción (MM US\$)
1	$I_0=7,066$ (año 0)	-1,858	<i>Simple</i> Espera (hasta año 2)	0,261	2,119
2	$I_1=4,805$ (año 2) $I_2=2,261$ (año 4)	-1,064	<i>Compuesta</i> Espera (hasta año 2) + Expansión (desde año 4)	1,417	2,481

Figura 1: Esquema de Inversiones del Proyecto



### Análisis de Sensibilidad del Proyecto

Para realizar el análisis de sensibilidad efectuado sobre los parámetros estimados del modelo, se tomaron incrementos y decrementos del 30%. Tal como se realizó la determinación del valor de la opción simple y compuesta, para cada una de estas corridas se han generado 50.000 simulaciones y se dividió el período total de duración de cada opción en un total de 61 etapas, lográndose de esta forma un error relativo inferior al 1%, entre cada una de las repeticiones efectuadas.

De ello puede afirmarse que el valor del proyecto es muy poco sensible a los cambios en la tasa libre de riesgo, pues es posible observar que, aun realizando variaciones en ésta de hasta un 90% por sobre su valor real, el proyecto de todas formas sigue siendo rentable, con una variación muy pequeña del VAN con opciones, respecto al obtenido a partir del valor original del parámetro  $r$ .

El parámetro volatilidad tiene gran incidencia en el valor resultante de la evaluación del proyecto. Una variación de este parámetro del orden de  $\pm 90\%$ , afecta de manera decisiva la valorización del VAN con opciones, llevándolo por un extremo, desde más del doble de su valor original a un valor casi nulo por el otro. De esta forma es posible afirmar que este parámetro es el más relevante en términos de los efectos producidos sobre la rentabilidad del proyecto de inversión.

Lo anterior deja claramente en evidencia que la determinación de la volatilidad del subyacente en el proceso evaluativo es uno de los aspectos más importantes en la valoración

de las opciones y en la gestión de riesgos, y que, por otra parte, la precisión en su estimación dependerá fundamentalmente de un amplio conocimiento del evaluador de las condiciones locales, basado en la obtención de la mejor calidad en cuanto a la información disponible.

#### 4. CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos, es posible concluir que: a) El modelo de dos factores utilizado describe de forma adecuada el comportamiento de la serie de capturas mensuales de peces realizada por los barcos pesqueros de la zona. b) La utilización del método LSM proporciona una herramienta simple, práctica y de fácil aplicación para la valorización de proyectos de inversión, en el contexto de las opciones reales. c) La posibilidad de ejercer una opción real compuesta de tipo secuencial (de espera y expansión) sobre un proyecto, otorga valor agregado adicional, al VAN reforzado proporcionado por la valorización de una opción simple (de espera).

Por último, de acuerdo a los resultados obtenidos en la evaluación, se sugiere que la mejor estrategia disponible a implementar es hacer efectiva la inversión del capital en dos etapas, de acuerdo al siguiente cronograma:

Se posterga, desde el 31 de junio de 2007, la Etapa I de inversión (construcción de la planta de tratamiento) por un período de dos años, es decir, hasta el 31 de junio de 2009.

A partir del 31 de junio de 2009, se inicia la Etapa I de inversión. Esta asciende a un total de 4,8 MM de dólares. Al final de esta primera fase, el sistema de tratamiento tendrá sólo capacidad para satisfacer un 75% de la demanda potencial proyectada por los analistas, pero se asumirá un menor riesgo, ya que será invertido sólo el 68% del presupuesto inicialmente considerado para el proyecto.

Por último, a partir del 31 de junio de 2011 se inicia la Etapa II de inversión, en esta segunda fase, la capacidad del sistema de tratamiento será incrementada a un 100% con respecto a la demanda del servicio originalmente proyectada. Se invertirá en esta etapa un total de 2,2 MM de dólares, cifra que equivale al 32% restante del capital inicialmente presupuestado.

Es importante dejar en claro que es recomendable que, a medida que se actualiza la información sobre la incertidumbre acerca de las cuotas de pesca disponibles, se debe volver a calcular el valor de las opciones; ya que dadas las condiciones actuales del comportamiento de los factores que inciden en la demanda del servicio de tratamiento, la volatilidad proyectada hoy es bastante dinámica y compleja de prever a largo plazo.

## 5. REFERENCIAS

- Alonso, S., Azofra V. & de la Fuente, G. (2005). *La valoración de opciones reales dependientes de procesos discontinuos. Aplicación a un caso en la industria de componentes del automóvil* (pp. 1-25). Documento de Trabajo 14/05, Universidad de Valladolid.
- Arriagada, J., (2001). *Aplicación de instrumentos financieros en el sector eléctrico*. Tesis Magíster en Ciencias de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Caballero del Avellanal, A., (2003). *Trading de energía y gestión de portafolios*. Tesis Magíster en Gestión Técnico y Económica en el Sector Eléctrico, Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), Instituto de Postgrado y Formación Continua Universidad Pontificia Comillas.
- De Arce, R. & Mahía R., (2003). *Modelos Arima. Programa Citius*. Apuntes de Técnicas de Previsión de Variables Financieras (pp.1-31). Dpto. Economía Aplicada, U.D.I. Econometría e Informática.
- Gamba, A. (2002). *An extension of Least Squares Monte Carlo Simulation for Multi-options Problems* (pp. 1-41). Department of Financial Studies, University of Verona , Italy.
- Geman, H., (2005). *Energy commodity prices: is mean-reversion dead?*. The Journal of Alternative Investments, vol:8, 31-45.
- Ghemawat, P., (1993). *The risk of not investing in a recession*. Sloan Management Review 34, no. 2, 51-58.
- Gómez, A., (2004). *Un caso de estudio para evaluar alternativas de inversión usando opciones reales*. Tesis Magíster en Ingeniería en Sistemas Gerenciales, Recinto Universitario de Mayagüez, Universidad de Puerto Rico.
- Hull, J., (2000). *Options, futures & other derivatives*, 4ta Edición. Prentice Hall Finance Series.
- Longstaff, F. & Schwartz, E., (2001). *Valuing american options by simulation: a simple least-squares approach*. Review of Financial Studies, 14(1), 113-147.
- Lopez, F., (2004). *Modelado de la volatilidad y pronostico del índice de precios y cotizaciones de la bolsa mexicana de valores*. Contaduría y Administración, N° 213, 43-72.
- Lucia, J. y Schwartz, E., (2000). *Electricity prices and power derivatives: evidence from the nordic power exchange*. Documento de Trabajo 16\_00. Anderson Graduate School of Management, University of California, Los Angeles.
- Magnus, R. y Taule, J., (2004). *Real investment analyses of CCGT power plants*. Master Thesis. Department of Industrial Economics and Technology Management, Norwegian University of Science and Technology.

- Meljem, S. y Morales, P., (2005). *Incorporación de la incertidumbre en los estados financieros*. (pp. 21-23) Investigación Financiera Empresarial, Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- Mora, A., Agudelo, C. & Dyner, I., (2004). *Energía eólica en Colombia: una aproximación desde las opciones reales*. II Encuentro Colombiano de Dinámica de Sistemas, Instituto de Energía Universidad Nacional de Colombia.
- Moreno, M. & Navas, J., (2003). *On the Robustness of Least- Squares Monte Carlo (Ism) for Pricing American Derivatives*. Review of Derivatives Research. 6(2), 107-128.
- Palacios, F., Rayo, S., Herrerías, R., Cortes, A., (2001). *Valoración de la flexibilidad de proyectos de inversión mediante opciones reales: el van ampliado*. Programación, selección y control de proyectos en ambiente de incertidumbre. ISBN 84-338-2781-2 , 301-324, Universidad de Granada.
- Rodrigues, A. y Rocha, M., (2006). *The valuation of real options with the Least Squares Monte Carlo simulation method*. Management Research Unit - University of Minho, Portugal.

Copyright of Revista Ingeniería Industrial is the property of Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad del Bío-Bío and its content may not be copied or emailed to multiple sites or posted to a listserv without the copyright holder's express written permission. However, users may print, download, or email articles for individual use.