ISSN 0717-9103
ISSN Online 0718-8307
Universidad del Bío-Bío

APLICAÇÃO DE UM ALGORITMO GENÉTICO PARA O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS EM UMA SITUAÇÃO REAL DE COBERTURA DE ARCOS♠

APLLICATION OF A GENETIC ALGORITHM FOR THE CHINESE POSTMAN PROBLEM IN A REAL SITUATION OF COVERAGE OF ARCS

Flavia Konowalenko[1] , Paula Francis Benevides[2❖], Deise Maria Bertholdi Costa[1], Angela Olandoski Barboza[2], Luiz Fernando Nunes[2]

RESUMO

O Problema do Carteiro Chinês é um problema de otimização que objetiva cobrir todos os arcos de um grafo, minimizando a distância total percorrida. Pode ser aplicado a grafos não-direcionados (ruas de mão dupla), direcionados (ruas de mão única) ou mistos (algumas ruas de mão dupla e outras de mão única). A busca pela rota é feita por algoritmos que geram soluções aproximadas. Neste trabalho será utilizado um Algoritmo Genético para a construção de rotas que se aproximem da solução ótima. O objetivo principal será o de minimizar o custo do percurso da coleta e transporte dos resíduos sólidos urbanos, na cidade de Irati (PR), Brasil. O objetivo da modelagem foi a redução dos gastos dos recursos públicos, gerando economia à Prefeitura da cidade. A aplicação do algoritmo foi realizada em uma região central da cidade. Foram utilizados para mapeamento, dados reais cedidos por funcionários da Prefeitura. Com o auxílio do aplicativo online Google Earth, foram obtidas as coordenadas geográficas dos vértices do grafo associado ao problema. Os resultados gerados pelo algoritmo genético foram comparados com a solução ótima obtida através do software LINGO®12.0. Estes resultados se mostraram satisfatórios para a pequena instância do problema analisado.

Palavras chave: problema do carteiro chinês, pesquisa operacional, algoritmos genéticos.

ABSTRACT

The Chinese Postman Problem is an optimization problem that aims to cover all the arcs of a graph, minimizing the total distance traveled. Can be applied to non-directed graphs (two-way streets), directed (one-way streets) or mixed (some two-way streets and other one-way).These arch for the route is done by algorithms that generate approximate solutions. In this work we used a genetic algorithm for the construction of routes that approximate the optimal solution. The main objective is to minimize the cost of the course of collection and transportation solid waste in the city of Irati (PR), Brazil. The application of the algorithm was performed in a downtown area. Were used formapping, real data courtesy of City Hall

♠IX Congreso del Instituto Chileno de Investigación Operativa, 26-29 de octubre, Pucon. Chile

[1]Programa de Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná. Centro Politécnico, Jardim das Americas, C. P. 19011. Curitiba, Paraná. Brasil. flavia.konowalenko@hotmail.com, deise@ufpr.br.
[2]Dpto. de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. Curitba, Paraná. Brasil., nunes@utfpr.edu.braobarboza@yahoo.com

Autor correspondente: ❖paula_benevides@hotmail.com

Recebido: 14.09.2011 Aceito: 01.05.2012

ISSN 0717-9103
ISSN Online 0718-8307
Universidad del Bío-Bío

officials. With the help of the online application Google Earth, we obtained the geographical coordinates of the vertices of the graph associated with the problem.

The results generated by the genetic algorithm were compared with the optimal solution obtained by LINGO ® 12.0 software. These results were satisfactory for this mall instance of problems analyzed.

Keywords: Chinese postman problem, Operations Research, Genetic algorithms.

INTRODUÇÃO

O problema de roteamento de arcos surge em diversos contextos práticos onde há a necessidade de otimizar a rota como, por exemplo, na entrega de cartas, na coleta do lixo doméstico, na fiscalização de linhas de ônibus, na inspeção de redes elétricas (Canelas e Morales, 2002 *apud* Paes (2004), entre outros). O montante financeiro gasto pelas prefeituras e empresas privadas nesse tipo de serviço, acaba sendo elevado se as rotas não forem calculadas de forma que sejam otimizadas.

O objetivo dos problemas de cobertura de arcos é determinar uma rota de custo mínimo, para que todos os arcos de um grafo sejam percorridos ao menos uma vez, visto que o circuito pode ter restrições ou não.

É realizada uma revisão da literatura sobre o Problema do Carteiro Chinês (PCC). Baseado na estruturação e análise dessa revisão, este trabalho propõe um Algoritmo Genético para resolver o PCC. Esta escolha é baseada nas características do problema e dos métodos de solução, levando em consideração a orientação do grafo, conectividade do grafo, grafo ser ou não *Euleriano*, porte do problema, complexidade e objetivo das soluções.

A coleta e o transporte dos resíduos sólidos urbanos tem gerado um significativo gasto da verba municipal nas cidades e municípios do mundo inteiro. Em Irati (PR), cidade cuja pesquisa foi desenvolvida, esse custo acaba tendo um alto montante em relação à arrecadação total do município, entre 7% e 9%. (Boletim Informativo, 2011). Esse serviço é realizado pela prefeitura municipal, assim como a coleta do lixo hospitalar. A coleta de resíduos recicláveis é feita pela Associação dos Catadores, onde as pessoas cadastradas realizam a coleta desses resíduos, os separam e vendem no barracão da associação. Esses resíduos são reciclados por empresas particulares e são transformados em novas embalagens/materiais, poupando matéria prima e energia da natureza. De acordo com dados do IBGE, a população total do Município de Irati é de 56.032 habitantes, pela recontagem no Senso de 2010, sendo a população urbana de 44.782 habitantes, e a rural de 11.250 habitantes, representando respectivamente 80% e 20%. (Souza, 2010).

O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS

De acordo com Paes (2004), o Problema do Carteiro Chinês (**PCC**) é um outro problema relacionado ao problema de Euler, que foi proposto por Meigu Guan (1962), um matemático chinês da Escola Normal Shangtun. Em contraste com o problema das pontes de *Konigsberg*, esse problema lida com situações onde não exista solução ao problema (um caminho fechado que percorra uma única vez cada aresta). Neste caso, o objetivo é determinar um caminho de comprimento mínimo cobrindo cada arco ao menos uma vez. O problema foi relatado de forma simplificada por Guan (1962): "Um carteiro tem de cobrir sua rota e depois retornar ao Posto de Correio. O problema é encontrar a menor distância a ser percorrida pelo carteiro".

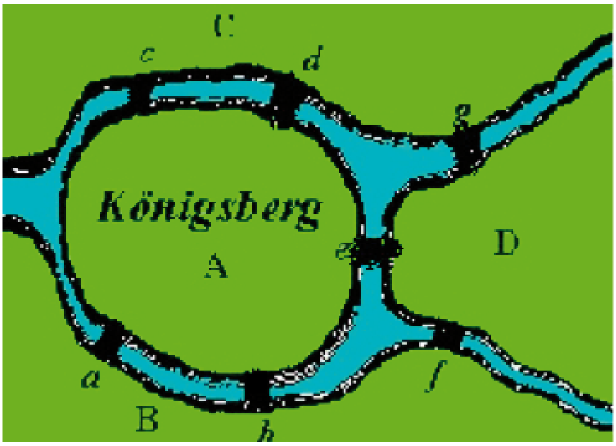

Figura 1. Problema do Carteiro Chinês
Fonte: *apud* Paes(2004)

O Problema do Carteiro Chinês (PCC) é um dos principais problemas de roteamento de arcos, e de acordo com suas características, podem ser classificados em: Problema do Carteiro Chinês Não Direcionado (PCCND), Problema do Carteiro Chinês Direcionado (PCCD) e Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM). O presente trabalho aborda o PCCM, pois é abordado um grafo onde encontram-se arcos direcionados e não direcionados simultaneamente.

O Problema do Carteiro Chinês é de otimização, que objetiva cobrir com um passeio todos os arcos de um grafo, minimizando a distância total percorrida. O passeio do carteiro distingue-se do circuito euleriano por nele ser permitida, se necessária, a repetição de arestas, e pode ser aplicado a grafos não direcionados (ruas de mão dupla), direcionados (ruas de mão única) ou mistos (algumas ruas de mão dupla e outras de mão única).

Em todos os casos, de acordo com Sherafat (2004), foi estabelecida a propriedade de Unicursalidade como o centro de atenção. Um grafo conexo G= (V, A) é dito unicursal (ou Euleriano) se existe em G um ciclo ou circuito contendo todos os arcos e/ou arestas exatamente uma única vez. As condições necessárias e suficientes para unicursalidade são as seguintes:

-Se G é não orientado, todos os nós devem ter grau par, i. é. , um número par de arestas incidentes a cada nó;

-Se G é orientado, o número de arcos entrando e saindo em cada nó devem ser iguais;

-Se G é misto, cada nó deve ser incidente a um número par de arcos, orientados ou não; e mais ainda para cada $S \subset V$, a diferença entre o número de arcos orientados de S para S\V e o número de arcos orientados de V\S para S deva ser o menor ou igual ao número de arestas que ligam S e V\S.

Esta terceira é chamada de condição de conjuntos balanceados e a que torna complexa qualquer abordagem para a solução deste caso.

De acordo com Sampaio (sem data), considere o caso de um carteiro responsável pela correspondência de uma área da cidade. O carteiro deverá sempre começar o percurso em uma esquina (nó) inicial, e passar por todas as ruas (arestas) e retornar ao nó inicial. Este caracteriza um dos mais antigos problemas da teoria dos grafos, que é determinação de um passeio sobre um grafo G que contenha todas aresta de G exatamente uma vez. Tal circuito é denominado circuito Euleriano, pelo fato de Euler ter sido o primeiro a reportar um estudo sobre a sua determinação, no ano de 1736. Euler provou que não existe solução para esse problema e que, para isso, nenhum vértice do grafo pode ter grau ímpar. Assim, para se realizar um ciclo euleriano em um grafo, este deverá ser modificado de modo a tornar de grau par todos os seus nós de grau ímpar. Para isso, é necessário combinar dois a dois todos os seus nós de grau ímpar. Esse problema de combinação é chamado de "Pairwise Matching", e foi resolvido por Edmonds. A resolução do algoritmo do carteiro chinês, de acordo com Goldbarg (2005), é a seguinte:

INÍCIO

Ler o grafo G = (N, A);

Se todos os nós em G, o grafo original, possuem grau par então **determinar** um ciclo euleriano em G e Fim.

Organizar um grafo k_n da seguinte forma:

Reunir todos os vértices de grau ímpar no grafo k_n e

Associar a cada par de vértices i e j no grafo, uma aresta (i, j) com peso igual ao caminho mais curto que liga i a j no grafo G.

Determinar o 1-matching mínimo em k_n, M*.

Para cada aresta pertencente a M* associar uma nova aresta em G no caminho mínimo que ela representa, obtendo um grafo G_a.

Determinar a solução do certeiro chinês que é representada por um ciclo euleriano em G_a.

FIM

Um ciclo é dito Euleriano quando o percurso que começa em um nó de partida passa por todos os nós do grafo e termina no nó de partida. A obtenção do Ciclo Euleriano depende da execução do algoritmo de "Matching", pois o grafo não pode conter nós de grau ímpar.

O problema em si está no conceito de aresta ou Ponte ou Bridge. Para sabermos se uma aresta é ponte ou não, devemos eliminá-la do grafo e verificar se o grafo resultante é ou não conexo.

CASOS DO PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS

Problema do Carteiro Chinês Não direcionado– PCCND

De acordo com Souza (2009), o método de solução para grafos formados por circuitos euleriano é trivial. O algoritmo que consiste em percorrer todos os arcos, partindo de um vértice qualquer, apagando cada arco percorrido e nunca percorrendo um arco que divida o grafo em dois grafos conexos separados.

Geralmente, problemas reais, como é o caso do presente trabalho, são trabalhados com grafos não eulerianos, ou seja, formado por vértices de grau impar, principalmente na solução de problemas maiores. Neste caso, há necessidade de duplicação dos arcos de grau impar, criando os chamados arcos artificiais,tornando o grafo anterior em um grafo euleriano.

Formulação matemática para o PCCND

$$\text{Min} \sum_{(i,j)\in A} l_{ij} x_{ij}$$

$$\text{Sujeito à:} \quad \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} = \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji}, \forall i \qquad \text{(a)}$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \forall (i,j) \in A \qquad \text{(b)}$$

$$x_{ij} \text{ int } \forall (i,j) \in A \qquad \text{(c)}$$

onde: l_{ij} representa o custo do arco *ij* e X_{ij} representa o arco *ij*.

Problema do Carteiro Chinês Direcionado– PCCD

Se $N' = \emptyset$, $A' = A$ e $E = \emptyset$, tem-se o caso orientado do Problema de Carteiro Chinês. Nesse caso, um circuito de carteiro de custo mínimo precisa ser construído num grafo completamente orientado. (Sherafat, 2004)

A condição necessária e suficiente para existência de um circuito euleriano num grafo orientado é que, além de ser fortemente conexo, o grafo deve ser s*imétrico*. Isso é, para cada nó o grau de entrada deve ser igual ao grau de saída. Quando em alguns nós o número de arcos de entrada diverge do número de arcos de saída, o grafo não é unicursal e, para torná-lo assim é necessário acréscimo de cópias apropriadas de alguns arcos.

Beltrami e Bodin (1974) *apud* Sherafat (2004) mostram que um grafo euleriano de custo mínimo pode ser construído a partir de um simples Problema de Transporte. Nesse caso, os nós com excesso de entrada serão considerados como *suprimento* e os com excesso de saída como *demanda*. A solução do Problema de Transporte indica qual nó de suprimento deva ser associado em qual demanda. As cópias dos arcos devem ser acrescentadas ao grafo, ao longo dos caminhos mínimos que ligam os nós de suprimento aos de demanda na solução do Problema de Transporte.

A complexidade computacional desse algoritmo é da ordem $O(mn^2)$. Edmonds e Johnson (1973) *apud* Sherafat (2004) apresentam um algoritmo alternativo que corresponde à solução de fluxo de custo mínimo no grafo, cuja complexidade é de $O(n^3)$. Lin e Zhao (1988) *apud* Sherafat (2004) apresentam uma abordagem diferente, desenvolvida na base do Teorema de Folga Complementar da Programação Linear. A complexidade desta é de $O(kn^2)$, onde k depende da estrutura do grafo. Eles demonstram que para os grafos esparsos k é menor que m e n, portanto para estes o método funciona melhor que os outros anteriormente mencionados. Um problema interessante associado à PCCD consiste em determinar um *subgrafo euleriano de custo máximo* num dado grafo orientado. Richey e Parker (1991) *apud* Sherafat (2004) têm demonstrado que este é um problema NP-hard no caso genérico, e sugerem um algoritmo que resolve o problema num caso particular.

Formulação matemática para o PCCD

$$\text{Min} \sum_{(i,j)\in A} l_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A'} l_{ij}x_{ij}$$

$$\text{Sujeito à:} \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} + \sum_{j:(i,j)\in A'} x_{ij} = \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji} + \sum_{j:(j,i)\in A'} x_{ji}, \forall i$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \forall (i,j) \in A'$$

$$xij \geq 1, \forall (i,j) \in A$$

$$x_{ij} \text{ int } \forall (i,j) \in A$$

$$x_{ij} \text{ int } \forall (i,j) \in A'$$

onde: l_{ij} representa o custo do arco *ij* e X_{ij} representa o arco *ij*.

Problema do Carteiro ChinêsMisto – PCCM

Esta formulação é obtida a partir de $N' = \varnothing$, $A' = A$ e $E' = E$. O PCCM é a versão do PCC que mais se aproxima à realidade das malhas urbanas, não obstante, é a mais difícil do ponto de vista da solução.

Papadimitriou (1976) *apud* Sherafat (2004) demonstrou que PCCM é NP-completo. Portanto, não existem soluções exatas com complexidade polinomial para este caso. O caminho natural é via soluções aproximadas. Entretanto, poucos métodos aproximados foram desenvolvidos para o caso.

Formulação matemática para o PCCM

Para o grafo misto G(*V, E, A*) e seu respectivo grafo aumentado G(*V, B*), considerar $c_j \geq 0$ o custo associado para passar no arco direcionado $b_j \in B$, e x_j o número de vezes que é necessário passar por b_j. O problema do carteiro chinês misto pode ser formulado como:

$$\text{Min} \sum_{(i,j)\in A} l_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A'} l_{ij}x_{ij}$$

$$\text{Sujeito à:} \sum_{j:(i,j)\in A'} x_{ij} + \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} = \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji} + \sum_{j:(j,i)\in A'} x_{ji}, \forall i \qquad \text{(a)}$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \forall (i,j) \in A' \qquad \text{(b)}$$

$$x_{ij} \geq 1, \forall (i,j) \in A \qquad \text{(c)}$$

$$x_{ij} \text{ int } \forall (i,j) \in A \qquad \text{(d)}$$

$$x_{ij} \text{ int } \forall (i,j) \in A' \qquad \text{(e)}$$

Sobre as restrições, segundo Xavier (2004), pode ser verificado que a restrição (a) garante que o grau de cada ar estado vértice aumentado seja zero, (b) implica que G(*V,B*) será um grafo Euleriano simétrico (número de arestas entrando em cada vértice é igual ao número de arestas saindo), e a restrição (c) implica na passagem de pelo menos uma vez em cada aresta de *E*.

ISSN 0717-9103
ISSN Online 0718-8307
Universidad del Bío-Bío

Generalizando, devido à sua complexidade, o PCC somente pode ser resolvido em tempo não polinomial. Contudo, os problemas específicos onde $A = \varnothing$ e onde $E = \varnothing$ podem ser resolvidos em tempo não polinomial utilizando algoritmos de emparelhamento perfeito (algoritmo de Edmonds e algoritmo Húngaro, respectivamente) e de caminho mais curto sobre grafos (tipicamente o algoritmo de Dijkstra). (Paes, 2004).

UM ALGORITMO GENÉTICO PARA O PCCM

Representação dos cromossomos

Os cromossomos são formados por trechos de rota. O número de arcos que cada cromossomo deverá cobrir é definido a partir de um percentual do total de arcos, determinado como um dos parâmetros do algoritmo.

Função de fitness

A partir da rota definida no cromossomo, encontra-se o valor para as variáveis de decisão envolvidas no trecho. Estas variáveis com os seus respectivos valores são então inseridas como dados na resolução do modelo de Programação Linear Inteira. O valor da função de fitness é encontrado a partir da resolução do referido modelo, quando então são encontrados os valores das demais variáveis de decisão.

Processo de seleção

Considerando que a população possui m cromossomos dispostos em ordem crescente dos seus custos, isto é $C_1 \le C_2 \le ...... \le C_m$, onde C_i é o custo associado ao cromossomo r_i, a escolha de um indivíduo para ser submetido aos operadores genéticos é feita considerando uma distribuição de probabilidade inversamente proporcional ao índice dos cromossomos. Assim, quanto menor for o índice de um cromossomo, maior é a probabilidade do mesmo ser selecionado. De acordo com esta distribuição, a função de seleção é a seguinte [Mayerle, 1994]:

$$\text{Select (R)} = \left\{ r_j \in R \,/\, j = m + 1 - \left\lceil \frac{-1 + \sqrt{1 + 4.\text{Rnd}\,(m^2 + m)}}{2} \right\rceil \right\}$$

onde $\text{Rnd} \in [\,0{,}1\,)$ é um número aleatório uniformemente distribuído, $\lceil b \rceil$ é o menor inteiro maior do que be $R = \{r_1,\ r_2, \ldots.., r_m\}$ é o conjunto ordenado dos cromossomos,de modo que $C_1 \le C_2 \le ..... \le C_m$.

Operador de crossover

O operador utilizado é conhecido como Cruzamento C1. Nele um ponto de corte é escolhido aleatoriamente. Para formar o primeiro "filho" toma-se as variáveis antes do corte do primeiro "pai" e completa-se o cromossomo com as variáveis do segundo "pai" na ordem deste cromossomo. O segundo filho é formado com as variáveis do segundo pai antes do corte e as variáveis do primeiro pai após o corte (Reeves, 1995 *apud* Barboza, 2005).

ISSN 0717-9103
ISSN Online 0718-8307
Universidad del Bío-Bío

Operador de mutação

O operador de mutação utilizado sorteia um ponto de corte aleatoriamente. A parte da rota antes deste ponto é retirada e um novo trecho de rota é gerado para substituir a parte retirada.

O algoritmo proposto

Inicie a população
Avalie indivíduos na população
Coloque os indivíduos em ordem crescente em relação aos custos

Repita

Selecione indivíduos para reprodução
Aplique operadores de recombinação ou mutação
Avalie os indivíduos gerados pelos operadores
Se os indivíduos gerados tiverem melhor fitnesss que os piores elementos da população, insira-os na população e exclua os piores

Até critério de parada satisfeito

Fim

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O método proposto foi implementado em *Visual Basic for Application* do aplicativo computacional *Microsoft Excel* em um microcomputador Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU T5550@1.83GHz(2CPUs), com 1918 MB de RAM.

Os dados necessários para a implementação dos problemas de programação linear, foram obtidos do Google Earth 6.0.0 Beta.

O grafo do presente trabalho é formado por arestas orientadas e arestas não orientadas, tratando-se de um problema típico do Carteiro Chinês para Redes Mistas. O grafo é formado por 50 vértices e 123 arestas.

O aplicativo de otimização utilizado para interagir com o Excel foi o LINGO 12.0 da LINDO SYSTEMS.

Análise dos resultados

Para comparação de resultados, o modelo do Carteiro Chinês Misto com os dados coletados foi resolvido de forma exata com o uso do LINGO 12.0. O resultado para o custo da rota foi de 9621 metros percorridos.

Os parâmetros utilizados para a execução do Algoritmo Genético foram (Tabela 1).

Tabela 1. Parâmetros utilizados para a execução do Algoritmo Genético

Tamanho da População	30
Percentual de arcos para cada trecho de rota	8%
Probabilidade de Crossover	0,95
Probabilidade de Mutação	0,05
Número de Iterações	100

Testes foram executados com o algoritmo proposto e o resultado ótimo foi obtido na grande maioriados testes.

CONCLUSÕES

Embora os testes tenham sido efetuados em um problema de pequenas dimensões, os resultados obtidos indicam a aplicabilidade da técnica proposta.

Assim, através de um método metaheurístico, foi possível resolver um complexo problema da literatura: o Problema do Carteiro Chinês Misto. Os resultados encontrados indicam que a metodologia proposta foi adequada para a resolução deste tipo de problema. Algumas alternativas em relação à configuração dos cromossomos e também outros tipo de crossover e mutação podem ainda serem utilizados para a utilização desta metodologia em problemas com maiores dimensões.

REFERÊNCIAS

Barbosa, H.J.C.*Introduçãoaos Algoritmos Genéticos*. Mini Curso – XX CNMAC, Gramado (RS). 1997

Barboza, A.O.Simulação e Técnicas da Computação Evolucionária Aplicadas a Problemas de Programação Linear Inteira Mista.Tese de Doutorado, Curitiba, PR: UTFPR. 2005

Silva, C.A; Souza, S.R.Uma Aplicação da Meta-heurística Híbrida Simulated Annealing-Iterated Local Searchao Problema de FluxoMultiprodutosob o Espaço Capacitado - Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG, 10/09/2010. [ref. 07/04/2011] [en linea] <http://www.sbmac.org.br/tema/seletas/docs/v9_1/17Sil_Sou.pdf>

Grefenstette, J.J. Optimization of control parameters for genetic algorithms. *IEEE Transactions on Systems*, *Man and Cybernetics*. 1986, vol16, num 1, p.122-128.

Goldberg, D.E.*Genetic Algorithms in Search, Optimization e Machine Learning*; Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1989

Goldbarg, M. C; Luna, H. P.*Otimozação Combinatória e Programação Linear*, 2ª Edição, Editora Elsevier - Rio de Janeiro/RJ. 2005

Holland, J.H. *Genetic algorithms.* Scientific American, vol 267, num 1, p.44-50, 1992.

ISSN 0717-9103
ISSN Online 0718-8307
Universidad del Bío-Bío

Mayerle, S.F. *Um Algoritmo Genético para o Problema do Caixeiro Viajante*. Artigo de Circulação Interna do Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da UFSC. 1994.

Ochi, L.S., Algoritmos Genéticos: Origem e Evolução. [en linea] <http://www.sbmac.org.br/bol/bol-2/artigos/satoru/satoru.html>. [ref. 13/05/2011].

Paes, F. G. Otimização De Rotas Para A Coleta Do Lixo Doméstico: Um Tratamento Grasp Do Problema Do Carteiro Chinês Misto (PCCM) - Dissertação de Mestrado,Universidade Estadual Do Norte Fluminense – UENF - Campos Dos Goytacazes, RJ. 2004

Sampaio, R. M; Yanasse, H. H. (sem data).Estudo e Implementação de Algoritmos de Roteamento sobre Grafos em um Sistema de Informações Geográficas,. INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, LAC - Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada [en linea]. <http://www.dcc.ufla.br/infocomp/artigos/v3.1/art12.pdf> [ref. 25/02/2011].

Sherafat, H. Algoritmos Heurísticos de Cobertura de Arcos. Tese de Doutorado, UFSC, Florianópolis, SC. 2004.

Souza, A. Jornal Hoje Centro Sul. [en linea] http://www.hojecentrosul.com.br/geral/ibge-divulga-resultados-extra-oficiais-do-censo-2010/. 2010. [ref. 25/02/2011]

Sucupira, I. R. Métodos Heurísticos Genéricos: Meta-Heurísticas e Hiper-Heurísticas, Universidade de São Paulo/SP. 2004. [ref. 07/04/2011]. [en linea]. <http://www.ime.usp.br/~igorrs/monografias/metahiper.pdf >

Xavier, R; Lisboa, A; Vieira, D; Saldanha, R. Heurísticas para modelagem e minimização do consumo de combustível para rotas de coleta de lixo. XLII SBPO – Bento Gonçalves/RS. 2010