ISSN 0717-9103

CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE MODELOS DE EVALUACIÓN ECONÓMICA DE PROYECTOS DE INVERSIÓN BAJO INCERTIDUMBRE

CHARACTERIZATION AND ANALYSIS OF ECONOMIC VALUATION MODELS INVESTMENT DECISIONS UNDER UNCERTAINTY

Feliciano Alejandro Garcia Ruiz[1], Rodrigo Edgardo Romero Romero[1]
[1]Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad del Bío-Bío. Concepción, Chile

RESUMEN

Este articulo presenta los métodos actualmente disponibles para la evaluación de proyectos, dejando de manifiesto las falencias de los métodos tradicionales como el Método de Flujos de Caja Descontados, cuando son usados para evaluar proyectos con alta incertidumbre, donde además los administrativos cuentan con la flexibilidad suficiente para cambiar su planificación y adaptarse a variaciones en las condiciones iniciales del mercado. Se caracterizan y comparan aquellos modelos que logran entregar una evaluación más realista de esta clase de proyectos, al considerar dentro de la misma la incertidumbre y la flexibilidad como factores determinantes en la toma de decisiones. Como solución se propone la utilización del análisis de opciones reales para evaluar los proyectos donde las herramientas tradicionales son insuficientes por sí solas. Esta teoría nace en la evaluación de opciones de activos financieros, y actualmente se está utilizando de forma similar en la evaluación de proyectos de inversión, haciendo un símil con los activos financieros. Para llegar a la selección del análisis de opciones reales como modelo a utilizar, se realizó una recopilación bibliográfica extensa de las publicaciones relacionadas con la teoría de opciones reales escritas por distintos investigadores a lo largo de los últimos años. La metodología de opciones reales se somete a un análisis comparativo frente a los modelos basados en los Flujos de Caja Descontados y el Análisis de Árboles de Decisión. Se presenta la evaluación de un proyecto utilizando tres métodos para evaluar el proyecto bajo el enfoque de opciones reales: la ecuación de Black-Scholes, Simulación Monte Carlo y los Árboles Binomiales, efectuando un análisis de los resultados de la evaluación del proyectos según los diferentes modelos empleados.

Palabras Clave: Opciones reales, incertidumbre, evaluación de proyectos, flexibilidad.

ABSTRACT

This present paper introduces those methods that are currently available for project assessment. It emphasises the limitations of the traditional methods, such as the Discounted Cash Flow Method, when being used to evaluate highly uncertain projects, where decision makers have the flexibility enough to change the course of the project to meet those changes that had taken place at the market early stages. Those models that are able to provide a more level-headed assessment for this kind of project – where uncertainty and flexibility have become key factors in the decision making process – have been distinguished and compared. As a solution to this, the application of Real Option Analysis procedure has been suggested to valuate projects, since traditional tools are not enough by themselves. This theory arises from the evaluation of financial assets and is currently being used for the assessment of investment related projects, the same way as it can be used in the case of financial assets. Decision about using the real option analysis as the model to be applied was reached after carrying out an extensive

Autor para correspondencia: rromero@ubiobio.cl
Recibido: 03.10. 2008 Aceptado: 18.03. 2009

bibliographical compilation regarding this real option analysis theory, in turn written by several researchers during the last few years. This methodology is subjected to comparative analysis with respect to those Discounted Cash Flow and Decision Tree Analysis based models. The evaluation of a given project – by applying the three project evaluation methods: Black-Scholes, Monte Carlo Simulation and Binomial Trees - is introduced. Finally, an analysis of the project evaluation outcomes under the different models being applied, is carried out.

Keywords: Real options, uncertainty, project assessment, flexibility.

INTRODUCCIÓN

Los métodos tradicionales empleados para la evaluación de inversiones no logran valorar en forma exacta las oportunidades que presenta una alternativa de inversión en activos reales y en escenarios de alta incertidumbre. Uno de los métodos tradicionales más utilizado es el método de los flujos de caja descontados, el cual asume un enfoque determinístico basado en un único grupo de variables de entrada, a la vez que supone una trayectoria fija de los resultados del proyecto, no considerando la flexibilidad de cambiar la decisión. Sin embargo, en un ambiente de mercado mundial tan dinámico como el actual, donde la incertidumbre es cada día mayor, la flexibilidad se ha tornado esencial a la hora de tomar ventajas de las oportunidades favorables para inversiones futuras; es aquí donde el valor presente neto deja de ser fuerte, si se entiende la flexibilidad como la capacidad de modificar decisiones estratégicas tomadas inicialmente de aspectos como: atrasar, abandonar, expandir, o llevar a cabo una inversión. El valor presente neto no los incluye la flexibilidad como factores en la evaluación de inversiones, lo que implica que es claramente menos robusto como herramienta de análisis cuando se aplica sobre proyectos de alta incertidumbre. Durante el último tiempo los investigadores se han dedicado a estudiar la forma de dar solución a las falencias del valor presente neto y otras herramientas de evaluación. Muchos de los estudios sobre inversiones de capital sostienen que los aspectos más importantes en la mayoría de las inversiones son el momento óptimo de inversión y la flexibilidad. No sólo la oportunidad de inversión misma es importante por sí sola, sino también la capacidad de los administradores para explotar las oportunidades de forma eficiente. Las soluciones van desde la modificación de algunas herramientas hasta la aplicación de metodologías de valoración de opciones reales como solución.

La teoría de Opciones Reales puede ser descrita como un nuevo paradigma de evaluación, administración y toma de decisiones en proyectos de inversión que incorporen elementos de los métodos tradicionales, permitiendo tomar decisiones flexibles bajo incertidumbre.

Este trabajo presenta una breve descripción de las diferentes metodologías usadas en el análisis de opciones reales, considerando sus ventajas, desventajas y posibles ámbitos de aplicación, a fin de identificar y clasificar estos métodos según su idoneidad a un problema determinado. El objetivo de este trabajo es investigar y analizar las metodologías disponibles para evaluar proyectos de inversión que puedan entregar una medición más precisa que los métodos tradicionales en ambientes de alta incertidumbre; a la vez, presentar un caso aplicado de evaluación de un proyecto de inversión empleando diferentes métodos de valoración.

Para ello se realizó una recopilación bibliográfica extensa, abarcando las publicaciones científicas de los últimos años y sus propuestas a la aplicación de la teoría de opciones reales, enriqueciendo de esta forma la discusión en torno a este nuevo paradigma de la evaluación de proyectos de inversión.

ISSN 0717-9103

MATERIALES Y MÉTODOS

Teoría de Opciones Reales

A lo largo de las últimas décadas, muchas teorías han surgido para intentar pronosticar los resultados de los proyectos de inversión y así seleccionar aquellos que resulten más atractivos. Según Brigham & Gapenski (1996) siete son los métodos que han probado ser los más populares a la hora evaluar proyectos y decidir cuáles deben o no ser aceptados: período de recuperación, tasa de rentabilidad contable, valor presente neto, tasa interna de retorno, tasa interna de retorno modificada, Índice de rentabilidad y análisis de árboles de decisión. A estos métodos se suma la simulación como un método utilizado en la actualidad y, por lo tanto, necesario de analizar.

La teoría de Opciones Reales puede ser descrita como un nuevo paradigma de evaluación, administración y toma de decisiones en proyectos de inversión que incorporen elementos de los métodos tradicionales, permitiendo tomar decisiones flexibles bajo incertidumbre (Trigeorgis, 1996). De forma análoga a las opciones financieras, una compañía que posee una opción real tiene el derecho, más no la obligación, de aceptar una inversión que potencialmente cree valor. La principal diferencia entre una opción financiera y opciones reales es que las opciones reales son aplicables a activos reales. Los activos reales usualmente son tangibles, como una industria o una unidad productiva especial, mientras que un activo financiero está compuesto típicamente por acciones, bonos o divisas.

La valoración de opciones reales supone una complejidad analítica mayor que la de los métodos tradicionales. En este sentido destacan los trabajos realizados por Trigeorgis, (1991 y 1993) en los que se reconoce la dificultad existente en la valoración de opciones reales, la importancia que representa la interacción entre las distintas opciones de un mismo proyecto o la existencia de múltiples modelos de valoración, cada uno de ellos más o menos apropiado teniendo en cuenta las características de los datos que se utilizan como entradas del modelo. Todos estos problemas han llevado a que distintos autores traten de estimar el valor de las opciones de una empresa de forma indirecta.

Tipos de Opciones Reales

Dentro de la teoría de opciones reales se han reconocido algunas opciones que frecuentemente se encuentran en los proyectos, tales como la opción de diferir, la opción secuencial, opción de aumento, reducción o detención de la producción, opción de abandono, y la opción de cambio, opción de crecimiento y opciones compuestas (Schwartz & Trigeorgis 2001).

La flexibilidad del proyecto cuando existen múltiples opciones no es la suma de ellas por separado; esto, debido a la interacción entre cada una de éstas. Los autores Brennan y Schwartz (1985) evalúan opciones compuestas aplicadas a la evaluación de un proyecto de una mina de cobre. Otra aplicación es la planteada por Schwartz (1997), que corresponde a la evaluación de un yacimiento minero que puede iniciar su producción en cualquier instante.

Evolución de metodologías de Valorización de Opciones

Las características de ejercicio de las opciones determinan la metodología de evaluación correcta para su evaluación, Urzúa (2004). Debido a esto es crucial tener clara la diferencia entre la valoración de una opción europea y una opción americana. Una opción europea sólo puede ser ejercida en la fecha de expiración, mientras que una opción americana puede ser ejercida en cualquier momento de su vida hasta su expiración. La evaluación de opciones europeas es sencilla y puede realizarse mediante simulación con un gran número de variables de estado; sin embargo, la valorización de opciones americanas sigue siendo un problema de complejas características, ya que debe encontrarse la estrategia de ejercicio que maximice el valor de la opción.

El desarrollo de soluciones analíticas para la evaluación de opciones contempla el pionero trabajo de Black & Scholes (1973) para opciones europeas. Los autores Geske & Johnson (1984) exponen una aproximación polinomial para evaluar una opción americana de venta, mientras que Barone-Adesi & Whaley (1987) proponen una aproximación cuadrática. La introducción de los árboles binomiales en Cox *et al*. (1979), permitió un enfoque simple e intuitivo para la resolución de opciones europeas y americanas. Trigeorgis (1991) extiende el método binomial realizando una transformación logarítmica, y finalmente Boyle (1988) extiende la metodología para evaluar opciones con dos variables de estado.

Otra metodología utilizada para evaluar opciones europeas y americanas son las diferencias finitas explícitas e implícitas. Esta metodología fue introducida por Brennan & Schwartz (1977), y considera la discretización directa de la ecuación diferencial parcial que satisface el valor de la opción. Las condiciones de borde definidas en cada etapa de la resolución determinan si la opción es europea o americana.

Tanto los árboles binomiales como el método de diferencias finitas comparten el problema de la dimensionalidad, en que la complejidad de resolución aumenta exponencialmente con el número de dimensiones del problema. Debido a lo anterior, las investigaciones han derivado a métodos como la simulación Monte Carlo para evitar el explosivo crecimiento del tamaño del problema.

La simulación de Monte Carlo fue introducida por Boyle (1977) para la evaluación de opciones europeas y presenta variadas ventajas con respecto a los algoritmos tradicionales de valorización. Una de sus ventajas corresponde a la posibilidad de valorizar adecuadamente opciones europeas, independiente del número de variables de estado del problema (Broadie & Glasserman, 1997).

Para la valorización de opciones americanas es necesario estimar una estrategia óptima de ejercicio, la que se obtiene de manera recursiva desde el instante final al inicial. Sin embargo, la simulación de Monte Carlo avanza hacia adelante, por lo que inicialmente no se consideró para la evaluación de opciones americanas.

Afortunadamente, investigaciones recientes han descubierto cómo su combinación con técnicas de programación dinámica pueden ayudar a superar este problema, Longstaff & Schwartz, (2001)

A lo largo de las últimas décadas las aplicaciones de la teoría de opciones reales han ido en aumento gracias a las investigaciones orientadas a desarrollar nuevos modelos y metodologías que permitan realizar mejoras a la implementación de este enfoque en la evaluación de proyectos de inversión; algunos aportes se discuten a continuación.

Los autores Brennan & Schwartz (1985) evalúan un proyecto minero incorporando la flexibilidad del proyecto, considerando las opciones de apertura, cierre y abandono de las operaciones del proyecto. En primer lugar, se resuelve el caso de una mina con reservas infinitas, lo que da origen a una solución analítica; luego se analiza la concesión de una mina con reservas físicas conocidas, problema que se resuelve mediante diferencias finitas.

Otra aplicación corresponde a McDonald & Siegel (1985), que estudian la situación que enfrenta una empresa cuando debe decidir invertir en proyectos riesgosos. En este caso se asume que la firma puede detener temporalmente su producción si la variable estocástica que modela los costos excede las ventas. La opción de diferir la inversión en un proyecto también es abordada por Majd & Pindyck (1987); sin embargo, en este caso la decisión puede tomarse a lo largo de un tiempo variable, dependiendo de la tasa de inversión, la cual a su vez se encuentra acotada.

Los autores Trigeorgis & Mason (1987) implementan la opción de expandir las operaciones al analizar el caso de una empresa que puede variar su tasa de producción según las condiciones del mercado. Si éstas son favorables, la firma puede aumentar su escala de producción incurriendo en una inversión determinada. Una aplicación similar abordan Cortazar & Casassus (1998) resolviendo la valorización de una expansión de capacidad en una mina de cobre.

Cortazar & Schwartz (1993) analizan el caso de una firma que posee un proceso productivo de dos etapas, y que cuenta con la opción de almacenar las unidades en proceso en un inventario intermedio. La variable incierta corresponde al precio de venta del producto que se obtiene en la segunda etapa, por lo que cada unidad en inventario puede considerarse como una opción de compra americana sobre el precio del producto, cuyo precio de ejercicio corresponde al costo marginal de la segunda etapa. De esta forma, la primera etapa es equivalente a la mina planteada por Brennan & Schwartz (1985), pero en vez de vender cada unidad producida al precio de mercado, el valor obtenido corresponde al de una opción de compra americana asociada a la segunda etapa de producción.

Los mismos autores, Cortazar & Schwartz (1998), analizan el caso de una concesión de un pozo de petróleo. En este modelo, el valor presente de los flujos de la producción corresponde a una variable estocástica que depende de dos variables de estado: el precio del petróleo y su retorno por conveniencia. El valor de esta concesión puede homologarse al de una opción de compra americana sobre el valor presente de la producción, donde el precio de ejercicio corresponde al monto de la inversión necesaria para comenzar la explotación, mientras que el tiempo de duración de la opción coincide con el plazo de concesión.

En el artículo de Cortazar & Cassasus (2000), se extiende el modelo planteado por Cortázar & Schwartz (1993) al considerar una inversión en un recurso natural que puede explotarse mediante múltiples etapas de producción. Este mineral dispone de reservas conocidas y cuenta, además, con la flexibilidad de almacenar los productos intermedios.

A continuación se presentan, de manera simplificada, la base para las tres técnicas de valoración de opciones existentes, dentro de las cuales se han desarrollado metodologías más complejas para lograr una mejor representación de casos específicos.

Ecuaciones diferenciales parciales

El método de las ecuaciones diferenciales parciales involucra resolver una ecuación diferencial parcial, con condiciones de frontera específicas que describen los cambios en el valor de la opción con respecto a los cambios medibles de ciertas variables de mercado. De forma similar a una solución analítica, el valor de la opción es dado por una ecuación. La más famosa de éstas es la ecuación de Black & Scholes (1973) para una opción "*call*" europea.

En los casos donde no es posible obtener una solución cerrada, se utilizan aproximaciones para llegar a una solución analítica. Tales aproximaciones son computacionalmente complejas y difíciles de explicar. Si las soluciones analíticas no son del todo factibles, las soluciones numéricas pueden ser usadas para resolver la ecuación diferencial parcial. El método de las diferencias finitas es uno de los métodos más usado. La desventaja de este método es la complejidad computacional y su incapacidad para lidiar con múltiples fuentes de incertidumbre relacionadas al valor del activo subyacente.

Dentro de los métodos numéricos de valoración tradicionalmente utilizados Gravet (2003) presenta una reseña histórica de los aportes a esta área. Brennan & Schwartz (1977) junto con Courtadon (1982) introdujeron los métodos de diferencias finitas. Cox, *et al.* (1979) propusieron los árboles binomiales. Otro métodos se han basado en aproximaciones analíticas, entre ellos se cuentan: el algoritmo de extrapolación (Geske & Johnson 1984) y la descomposición del valor de una opción americana en una opción europea más un premio por el ejercicio anticipado (Kim 1990).

Ecuación de Black-Scholes

La ecuación de Black-Scholes es:

$$C = N(d_1)S_0 - N(d_2)X\exp(-rT) \qquad (1)$$

Donde:

C = Valor de la Opción *Call*

S_0 = Valor Actual del activo Subyacente

X = Costo de Inversión o "*Strike Price*"

r = Tasa de Descuento Libre de Riesgo

T = Tiempo de Expiración

d_1 = $[\ln(S_0/X)+(r+0.5\sigma^2)T]/\sigma\sqrt{T}$

d_2 = $d_1-\sigma\sqrt{T}$

σ = Volatilidad Anual de los Flujos de Caja Futuros del Activo Subyacente.

N (d_1) y N (d_2) = Valores de la distribución normal estándar de d_1 y d_2.

La ecuación de Black & Scholes (1973) es la forma más fácil de calcular el valor de la opción, ya que los parámetros de entrada, S_0, X, T, y r, son relativamente fáciles de identificar y N(d_1) y N(d_2) pueden ser obtenidos de una planilla de cálculo. El factor de volatilidad, σ, que representa la incertidumbre del valor del activo subyacente, comparado con los otros parámetros de entrada es, probablemente, el más difícil de obtener.

Simulación

El método de simulación para resolver problemas de opciones reales es similar a la técnica Monte Carlo para el análisis de flujo de caja descontado. Este se basa en la simulación de miles de trayectorias que el valor del activo subyacente puede tomar durante la vida de la opción, dados los limites del cono de incertidumbre definido por la volatilidad del valor del activo. Esta trayectoria es presentada en la figura Nº 1.

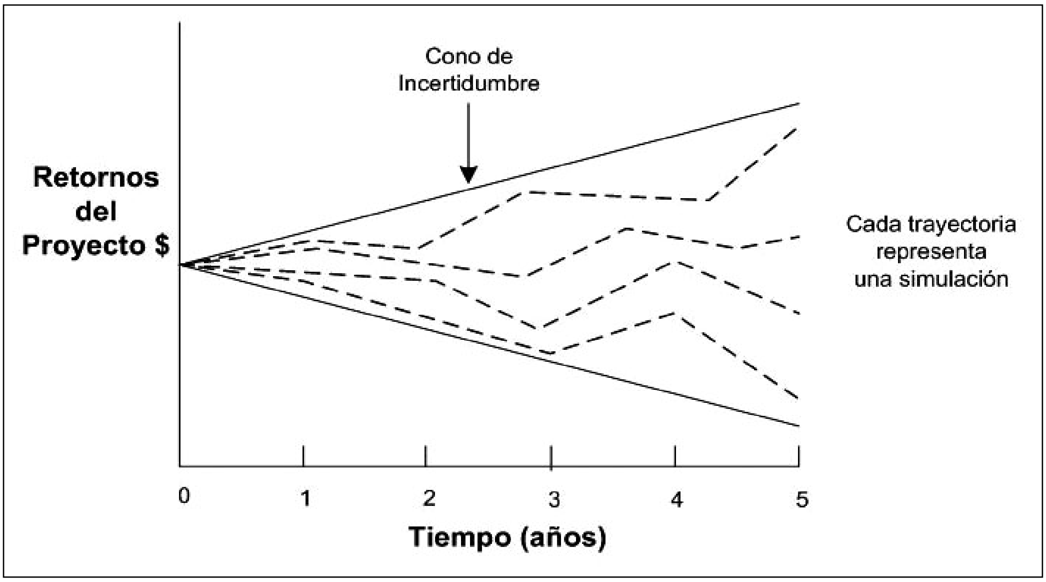

Figura 1: Simulación de Monte Carlo y cono de incertidumbre

Parámetros de entrada requeridos para realizar la simulación:

- Valor Actual del Activo Subyacente (S_0)
- Volatilidad del Valor del Activo (σ)
- Precio de Ejercicio (X)
- Vida de la Opción (T)
- Tasa Libre de Riesgo correspondiente a la vida de la opción (r)
- Incremento de tiempo a ser considerado en cada paso (δt)

El valor actual del activo subyacente se calcula usando el método del flujo de caja descontado, con una tasa de descuento ajustada por riesgo. La volatilidad se refiere a la variabilidad del valor del activo, como en el modelo de Black-Scholes.

En la simulación, la vida de la opción se divide en un número determinado de períodos, y miles de simulaciones se llevan a cabo para identificar el valor del activo en cada paso de la simulación. En el tiempo cero, cada simulación comenzará con el valor esperado del activo subyacente (S_0). En el siguiente paso, el valor del activo, que puede aumentar o disminuir, es calculado usando la siguiente ecuación:

$$S_t = S_{t-1} + S_{t-1}(r * \delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\delta t}) \qquad (2)$$

Donde S_t y S_{t-1} son el valor del activo subyacente en el período t y t-1 respectivamente; σ es la volatilidad del valor del activo subyacente; y ε es el valor simulado obtenido de una distribución normal estándar con media cero y varianza uno. El valor del activo subyacente se calcula nuevamente utilizando la misma ecuación. De esta forma se calcula el valor del activo para cada periodo hasta el fin de la vida de la opción. La regla de decisión se aplica entonces comparando el valor final del activo con el precio de ejercicio.

En el caso de una opción "*call*" simple, si el precio de ejercicio es menor que el valor del activo, la opción de invertir, presumiblemente será ejercida, y el valor del proyecto será igual a la diferencia entre el valor del activo y el precio de ejercicio. Por el contrario, si el precio de

ejercicio es mayor, el valor del activo del proyecto será igual a cero, porque la opción no será ejercida.
La simulación puede ser usada fácilmente para opciones europeas, donde hay una fecha de ejercicio fija, la vida de la opción puede ser dividida en un número determinado de períodos y simular la evolución del valor del activo para cada período. Mientras mayor sea el número de períodos, mayor es el número de simulaciones, más preciso será el resultado.

Con una opción americana, debido a que ésta puede ser ejercida en cualquier momento, la simulación debe ser diseñada ajustando la vida de la opción de forma que coincida con cada fecha de ejercicio posible, lo cual es una tarea enorme. Esto hace que sea muy complejo aplicar la simulación sobre opciones secuenciales, porque cada decisión posible lleva a una nueva trayectoria, y la simulación deberá ser ajustada para cada nueva trayectoria. En la actualidad existe una gran cantidad de metodologías diseñadas para evaluar opciones mediante la simulación. Estas metodologías de simulación de opciones americanas han sido empleadas en la evaluación de opciones reales, destacando los trabajos de Acosta (1999), Osorio (1999), Cortazar & Schwartz (1998), Cortazar (2001), Schwartz (2004), Schwartz & Moon (2000). Sin embargo, su implementación presenta desventajas en la obtención de ciertos indicadores como la política óptima de ejercicio y su tiempo de ejecución puede ser extenso en algunos problemas de opciones reales (Urzúa 2004).

Árbol Binomial

Las mallas representan la evolución de valores posibles del activo subyacente durante la vida de la opción. Se obtiene una solución óptima al problema general optimizando las decisiones futuras en varios puntos de decisión, para luego volver en forma recursiva hasta los puntos de decisión actuales. Las representaciones discretas de procesos estocásticos mediante árboles y su uso en la evaluación han sido propuestas por Cox *et al.*(1979).

Mallas Binomiales

Las mallas más comúnmente usadas son árboles binomiales. El modelo es representado en la figura Nº2, que muestra el desarrollo de un árbol binomial en tres períodos.

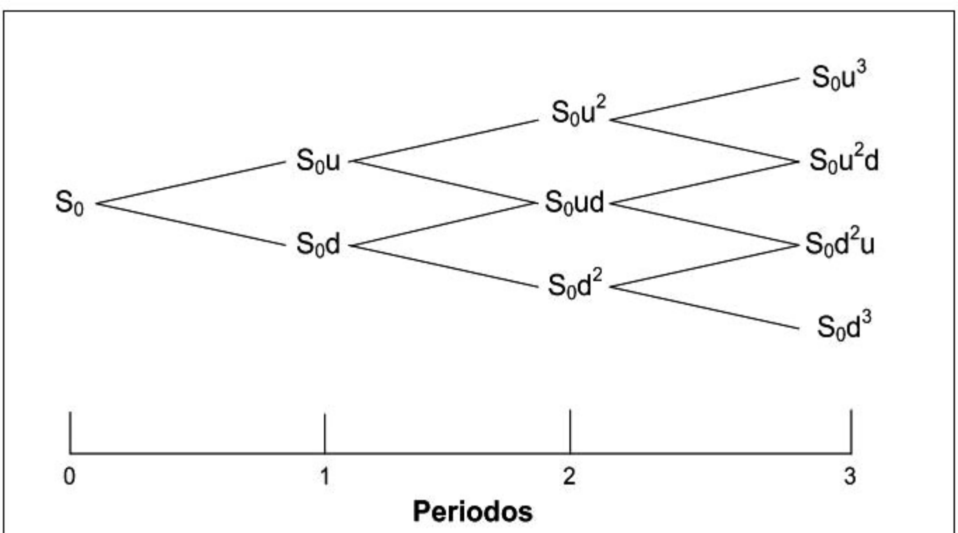

Figura 2: Árbol Binomial Recombinado Genérico

S_0 es el valor inicial del activo. Con el primer incremento de tiempo, éste puede aumentar o disminuir, y de ahí continúa subiendo o bajando en cada incremento de tiempo. Los movimientos ascendentes y descendentes están representados por los factores *u* y *d*, donde *u* es mayor que uno y *d* es menor que uno y se asume $u=1/d$. La magnitud de estos factores depende de la volatilidad del activo subyacente.
El primer período del árbol binomial tiene dos nodos, que muestran los posibles valores del activo (S_0u, S_0d) al final de este período. El segundo período tiene tres nodos y tres valores para el activo (S_0u^2, S_0ud, S_0d^2), y el tercer período tiene cuatro nodos (S_0u^3, S_0u^2d, S_0ud^2, S_0d^3), y así en adelante.

Las mallas binomiales pueden ser utilizadas para calcular el valor de las opciones usando probabilidades neutrales al riesgo.

Probabilidades Neutrales al Riesgo

La metodología básica del enfoque de probabilidades neutrales al riesgo introduce el riesgo ajustando los flujos de caja a través de la malla con probabilidades neutrales al riesgo y descontándolos a una tasa libre de riesgo. Independiente de la opción a evaluar, la malla binomial que representa el valor del activo subyacente tiene las mismas propiedades y puede ser descrita por las ecuaciones que se presentan a continuación. Los factores de subida y bajada, *u* y *d*, son función de la volatilidad del activo subyacente y se representan en la ecuación (3).

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\delta t}) \qquad d = \exp(-\sigma\sqrt{\delta t}) \tag{3}$$

Donde σ es la volatilidad (%) representada por la desviación estándar del logaritmo natural de los retornos de los flujos de caja subyacentes, y δt es el tiempo asociado con cada periodo del árbol binomial. La ecuación para *d* puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$d = 1/u \tag{4}$$

La probabilidad neutral al riesgo, *p*, se define como sigue:

$$p = \frac{\exp(r\delta t) - d}{u - d} \tag{5}$$

Donde *r* es la tasa de interés libre de riesgo durante la vida de la opción. La probabilidad neutral al riesgo es sólo un intermediario matemático que nos permite descontar los flujos de caja, usando una tasa de interés libre de riesgo.

Los parámetros necesarios para construir el árbol binomial y calcular el valor de la opción son: σ, r, S_0, X, T, y δt, donde σ es el factor de volatilidad, r la tasa libre de riesgo, S_0 el valor presente del activo subyacente, X el costo de ejercer la opción, T la vida de la opción, y δt el tamaño de período de tiempo elegida para los cálculos.

Evaluación de un proyecto de Inversión usando Opciones Reales

A continuación se presenta la evaluación de un proyecto empleando los modelos: Black-Scholes, Simulación y los Árboles Binomiales. Se trata de una aplicación a un proyecto con una sola opción, que involucra la evaluación de un proyecto del ámbito de innovación tecnológica con un mercado establecido; éste contempla el desarrollo y lanzamiento del proyecto en el mercado. Basándose en su experiencia con productos similares, se establece que pueden esperar como máximo cinco años para lanzar el nuevo producto sin experimentar pérdidas sustanciales. Aplicando el método del flujo de caja descontado con una tasa de descuento ajustada por riesgo, se determina que el valor presente de los flujos de caja esperados para el nuevo producto es de $160 millones, mientras que la inversión necesaria para poder desarrollar y comercializar el producto es de $200 millones.

La volatilidad anual de los retornos de los flujos de caja futuros se estima en 30 por ciento y la tasa libre de riesgo anual continua, sobre la vida de cinco años, es 5 por ciento.

Proyecto en evaluación

Una empresa líder en desarrollo de software de planificación con un mercado establecido, está contemplando el desarrollo de un software que complementa los productos ya existentes. Basándose en su experiencia con productos similares, se establece que pueden esperar como máximo cinco años para lanzar el nuevo software sin experimentar pérdidas sustanciales. Aplicando el método del flujo de caja descontado con una tasa de descuento ajustada por riesgo, se determina que el valor presente de los flujos de caja esperados para el nuevo producto es de $160 millones, mientras que la inversión necesaria para poder desarrollar y comercializar los productos es de $200 millones.

La volatilidad anual de los retornos de los flujos de caja futuros se estima en 30 por ciento y la tasa libre de riesgo anual continua, sobre la vida de cinco años, es 5 por ciento.

Parámetros de entrada del proyecto:

S_0 (valor actual del activo) = $160 millones
X (precio de ejercicio) = $200 millones
σ (volatilidad) = 30%
r (tasa libre de riesgo) = 5%
T (tiempo de expiración) = 5 años

1. Modelo de Black-Scholes

El cálculo de los parámetros de la opción se obtiene de las expresiones:

$$d_1 = \left[\ln(S_0 / X) + (r + 0{,}5\sigma^2)T\right] / \sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Resolviendo la ecuación de Black-Scholes :

$$C = N(d_1)S_0 - N(d_2)X\exp(-rT)$$
$$C = \$44 millones$$

2. Simulación Monte Carlo

Se realizan numerosas simulaciones para encontrar el valor del activo, empleando software computacional que permite simular las trayectorias, para posteriormente calcular el valor de la opción. Los resultados de la simulación entregan un valor promedio de $41,2 millones. En la Tabla Nº 1, se presenta el resultado de las primeras 10 iteraciones de un total de 1000.

En el cálculo del valor del activo para cada incremento de tiempo se utiliza la ecuación diferencial (2). El valor del activo al final del año cinco se compara con el precio de ejercicio de $200 millones. El valor de la opción para cada iteración se descuenta utilizando la tasa de interés libre de riesgo. El promedio de estos valores es considerado el valor de la opción real del proyecto.

Tabla Nº 1: Simulación de Monte Carlo para análisis de opciones reales
Incremento de tiempo

Nº	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Valor presente de la opción
1	160	167	148	211	249	248	262	242	195	217	190	0
2	160	146	178	139	189	220	277	272	193	170	162	0
3	160	138	107	105	109	80	57	85	59	44	35	0
4	160	202	241	315	335	311	346	299	251	259	363	127
5	160	202	279	306	270	263	284	281	292	373	316	90
6	160	165	200	237	276	374	380	413	236	314	234	27
7	160	145	177	184	215	170	197	235	247	206	172	0
8	160	182	180	209	190	224	256	229	288	295	372	134
9	160	146	163	179	121	105	91	111	127	100	89	0
10	160	145	130	113	124	105	115	121	131	146	134	0

3. Método Árbol Binomial

La estimación de los parámetros de la opción asociados a los factores ascendentes (*u*), descendentes (*d*) y la probabilidad neutral al riesgo (*p*) se obtiene de las ecuaciones (3), (4) y (5).

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\delta t})$$

$$p = \frac{\exp(r\delta t) - d}{u - d}$$

El Arbol Binomial presenta el valor del activo en cada nodo del árbol en intervalos de un año. La figura Nº 3, presenta el valor del activo para cada incremento de tiempo.

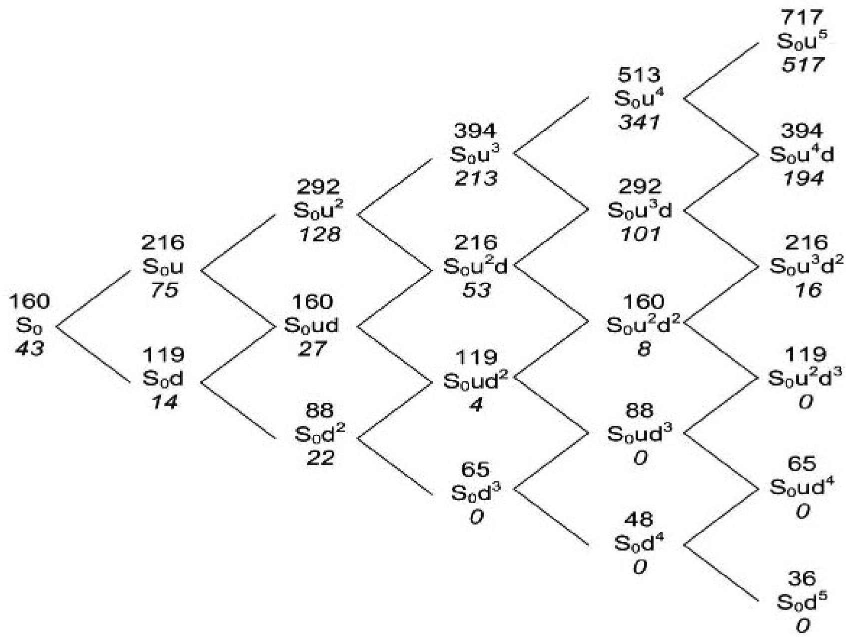

Figura 3: Árbol Binomial para el valor del activo

El valor de la opción se calcula en cada nodo del árbol. Este corresponde a los valores presentados bajo cada nodo, y representan el valor de la maximización de decidir entre invertir en ese punto o seguir esperando hasta el siguiente período; las cifras están en millones y los valores superiores representan el valor del activo y los inferiores el valor de la opción. La opción se ejerce en los nodos, donde el valor de la opción es distinto de cero.

RESULTADOS

La solución de Black-Scholes sólo requiere ingresar los parámetros del proyecto en la ecuación, lo cual hace que el método sea el más simple de los tres. La valoración de la opción, usando esta metodología, es de $ 44 millones. Aplicando simulación, se crea una trayectoria para el valor del activo subyacente, comenzando en el tiempo cero; al final del período de vida de la opción, se aplica la regla de maximización del valor. Si el valor de una opción "*call"* es mayor que el precio de ejercicio, la opción será ejercida; de otra forma, la opción expirará sin valor. El promedio del valor de la opción, considerando las 1000 iteraciones utilizadas en el ejemplo, será el valor de la opción al final de los cinco años. En la simulación, del total de las iteraciones, la opción es ejercida un 42 por ciento del tiempo.

La resolución del problema, empleando la metodología de árbol binomial, determina que el valor presente de la opción es de $ 43 millones. La trayectoria en cada período indica, en los números superiores, los valores futuros esperados del activo subyacente durante la vida de la opción según la evolución de éste, acorde con su cono de incertidumbre. Los números bajo los nodos representan los valores de la opción basados en la maximización, optando por invertir en ese punto o seguir esperando hasta el siguiente período. Al final del quinto año, sin embargo, no se puede continuar esperando, ya que la opción expira. Esto significa que la opción será ejercida invirtiendo $200 millones, si el valor esperado del activo es mayor que $200 millones o se dejará expirar cuando el valor esperado del activo es menor que $200 millones.

ISSN 0717-9103

Los resultados obtenidos usando cada método de valoración se presenta en la tabla Nº 2.

Tabla Nº 2: Resultados de la evaluación del proyecto

	Parámetros	**Valor de la Opción MM $**	**Valor del Proyecto MM $**
Black-Scholes	S_0 =$160 millones X = $200 millones σ = 30% *r* = 5% *T* = 5 años	84	44
Simulación	S_0 =$160 millones X = $200 millones σ = 30% *r* = 5% *T* = 5 años δt = 0,5 años	81,2	41,2
Árbol Binomial	S_0 =$160 millones X = $200 millones σ = 30% *r* = 5% *T* = 5 años δt = 1 año	83	43

A pesar de que el análisis de opciones reales no altera la decisión de la empresa de no invertir en el proyecto a la escala propuesta en el momento inicial, basándose en el método del flujo de caja descontado, cuantifica el valor de esperar y provee un mapa estratégico para futuras decisiones contingentes. Esto ofrece a los administrativos oportunidades de decisión y los ayuda a ser más proactivos y racionales.

Debe quedar claro, dados los cálculos y la discusión anterior, que el análisis de opciones reales es un complemento más que una alternativa al método del valor presente neto. Si el proyecto presenta un valor presente neto extremadamente alto o bajo, éste será aprobado o rechazado, respectivamente, independiente del valor de la opción. En este caso, dado que el valor presente neto no es altamente negativo y el proyecto tiene una opción de alto valor, los administrativos decidirán mantener el proyecto.

DISCUSIÓN

Cuando existen riesgos de mercado, así como oportunidades para tomar decisiones contingentes que cambien el curso futuro del proyecto, el análisis de opciones reales puede proveer una mejor evaluación. Este análisis no es un sustituto para los métodos basados en los flujos de caja descontados, es un complemento, e integra a las herramientas tradicionales en una técnica más sofisticada de evaluación.

A pesar de que existen varios métodos disponibles para resolver problemas de opciones reales, la ecuación de Black-Scholes y los Árboles Binomiales son los métodos más simples de utilizar, seguidos por los modelos de simulación. No obstante, la principal diferencia radica en el grado de complejidad para estimar los parámetros de entrada, y qué tan eficientes son a la hora de explicar los resultados.

La ecuación de Black-Scholes puede parecer el modelo correcto para el análisis de opciones reales, debido a su amplia utilización en la valoración de opciones financieras y a su fácil implementación, pero originalmente fue desarrollado para aplicarlo a las opciones financieras europeas, y sólo permite un precio de ejercicio para la opción, el cual puede cambiar a lo largo de su vida.

La simulación es más fácil de aplicar a opciones del tipo europeo, donde existe una fecha de ejercicio única. Sin embargo, los cálculos se vuelven complejos cuando se trata de simular todas las fechas de ejercicio posibles de una opción americana, aumentando la complejidad cuando se trabaja con opciones secuenciales, ya que cada decisión nos lleva a nuevas trayectorias, pudiendo involucrar millones de iteraciones. La simulación es la metodología más estudiada y desarrollada en las últimas décadas; paso a paso ha mejorado aquellos puntos donde parecía ser más débil. Esto, junto con los avances en tecnología y la reducción de los costos de la misma, hacen que se proyecte como la herramienta con mejores resultados y mayor rango de aplicación.

El método Arbol Binomial ofrecía hasta hace poco la posibilidad más flexible, comparada con los enfoques de Black-Scholes y Simulación. Los parámetros de entrada, tales como el precio de ejercicio y la volatilidad, pueden ser ajustados fácilmente a lo largo de la vida de la opción. Los saltos y los dividendos también pueden ser ajustados sin mayores complejidades.

La ventaja que ofrece el método binomial para un evaluador es la transparencia de su marco teórico, facilitando la explicación de resultados cuando se transmiten a los directivos para su aprobación, pero presenta el inconveniente de que su complejidad aumenta de forma exponencial a medida que aumentan las dimensiones del proyecto a evaluar, llegando a límites difícilmente manejables.

La evaluación del proyecto determinó el valor de la opción, lo que agrega una nueva componente a la toma de decisiones de inversión que no consideran los métodos de evaluación tradicionales.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Acosta, P. (1999). Modelo de Simulación de Monte Carlo para evaluar opciones reales: Evaluación de una mina de cobre mediante el algoritmo de Barraquand-Martineau Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Barone-Adesi, G. & Whaley, R. E. (1987). Efficient analytical approximation of American option value. *The Journal of Finance*, 42(3), 301-320.

Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637-654.

Boyle, P. (1988). A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1-12.

Boyle, P. (1977). Options: A Monte Carlo Approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 323-338.

Brennan, M. J. & Schwartz, E. S. (1985). Evaluating natural resources investments. Journal of Business, 58(2), 135-157.

Brennan, M. J. & Schwartz, E. S. (1977). Finite difference methods and jump processes arising in the pricing of contingent claims: A synthesis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13, 462-474.

Brigham, E. F. & Gapenski, L. C. (1996). Intermediate Financial Management, Fifth Edition. Dryden Press: Florida.

Broadie, M. & Glasserman, P. (1997). Monte Carlo Methods for pricing high dimensional American Options. Working paper, Columbia University .

Cortazar, G. (2001). Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation. Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, (Ed) E.S. Schwartz and L. Trigeorgis, MIT Press, p. 601-620.

Cortazar, G. & Casassus, J. (1998). Optimal timing of a mine expansion: Implementing a real options model. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38, 755-769.

Cortazar, G. & Casassus, J. (2000). A compound option model for evaluating multi-stage natural resource investments. En M. J. Brennan and L. Trigeorgis (eds.) *Project flexibility, agency, and competition: New developments in the theory and application of real options*, Oxford University Press, New York, USA. pp. 205-223.

Cortazar, G. & Schwartz, E. S. (1993). A compound option model of production and intermediate investment. Journal of Business, 66(4), 517-540.

Cortazar, G. & Schwartz, E. S. (1998). Monte Carlo evaluation model of an undeveloped oil field. *Journal of Energy Finance & Development*, 3(1), 73-84.

Courtadon, G. (1982). A more accurate Finite Difference Approximation for the Valuation of Options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 17 (5),697-703

Cox, J., Ross, S. & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 229-264.

Cox, J.C. & Rubinstein, M. (1985). Options Markets. Prentice Hall United Status. País, ciudad, numero paginas

Geske, R. & Johnson, H. (1984). The American put options valued analytically. *The Journal of Finance,* 39(5), 1511-1524.

Gravet, M. A. (2003). Evaluación de Opciones Reales mediante Simulación: El Método de los Mínimos Cuadrados. Pontificia Universidad Católica de Chile. Ciudad. Chile. 13-28

Kim, I. J. (1990). The Analytic Valuation of American options. *Review of Financial studies*, 3 (4), 547-572.

Longstaff, F. A. & Schwartz, E. S. (2001). Valuing american options by simulation: A simple least -squares approach. The Review of Financial Studies, 14 (1), 113-147.

Majd, S. & Pindyck, R. (1987). Time to Build, Option Value, and Investment Decisions. *Journal of Financial Economics*, 18, 7-27.

Mcdonald, R. & Siegel, D. (1985). Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down. *International Economic Review*, 26, 2, 331-349.

Osorio, M. (1999). Modelo de simulación de Monte Carlo para evaluar opciones reales: Evaluación de un pozo de petróleo y de una mina de cobre mediante el algoritmo de Raymar-Zwecher. Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago. Chile. 16-21

Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, 52(3), 923-973.

Schwartz, E.S. (2004). Patents and R&D as Real Options. *Economics Notes*, 33, 23-54.

Schwartz, E. S. & Moon, M. (2000). Rational Pricing of Internet Companies. *Financial Analysts Journal*, 56(3), 62-75.

Schwartz, E. S. & Trigeorgis, L. (2001). Real Options and Investment under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, MIT Press.

Trigeorgis, L. (1996). Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. MIT Press, 427 pp.

Trigeorgis, L. (1993). The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options. J*ournal of Financial and Quantitative Analysis*, 1-20.

Trigeorgis, L. (1991). A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments. J*ournal of Financial and Quantitative Analysis,* 309-326.

Trigeorgis, L. & Mason, P. (1987). Valuing Managerial Flexibility. *Midland Corporate Finance Journal*, 5(1), 14-21.

Urzúa, J. L. (2004). Valorización de Opciones Reales Multidimensionales Mediante Simulación de Monte Carlo Utilizando El Algoritmo LSM. Pontificia Universidad Católica de Chile. 35-46