

# UN MODELO DINÁMICO BAYESIANO PARA PRONÓSTICO DE ENERGÍA DIARIA

## A DYNAMIC BAYESIAN MODEL TO DAILY ENERGY FORECAST

Marisol Valencia Cárdenas<sup>1,\*</sup>, Juan Carlos Correa Morales<sup>2</sup>

### RESUMEN

Los modelos dinámicos bayesianos son una alternativa útil para elaborar pronósticos con pocos datos históricos, o que ayudan a complementar la poca información que se tenga. En este trabajo se propone el diseño de un algoritmo para realizar pronósticos usando un modelo dinámico bayesiano basado en Filtro de Kalman. Se ilustra el procedimiento aplicándolo al pronóstico de demanda de energía diaria de Colombia, lo cual puede ser útil en sistemas que presenten fallas, o en regiones donde apenas inicia el abastecimiento energético. La eficiencia se determina con el indicador de error absoluto medio (MAPE) de ajuste y de pronóstico; este último resulta menor del 3%, valor adecuado para mostrar validez del método propuesto.

**Palabras clave:** Modelos dinámicos bayesianos, Monte Carlo por Cadenas de Markov, pronósticos, Colombia.

### ABSTRACT

Dynamic Bayesian Models are a useful alternative to make forecasts with few historical data, or that permits to complement the little information you have. In this paper we propose an algorithm design to forecast using a dynamic Bayesian model based on Kalman Filter. We illustrate the procedure by applying it to the prediction of daily energy demand of Colombia, which can be useful in systems experiencing failures, or in regions where energy supply is just beginning. The efficiency is determined by the Average Absolute Error Indicator (MAPE), of adjustment and forecast; the last one is less than 3%, appropriate value to show validity of the proposed method.

**Keywords:** Dynamic Bayesian models, Monte Carlo Markov Chain, forecasts, Colombia.

---

<sup>1</sup>Master en Ciencias-Estadística. PhD(c) en Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Medellín, Colombia.

<sup>2</sup>PhD en Estadística, University of Kentucky. Docente asociado de la Escuela de Estadística. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. [jccorrea@unal.edu.co](mailto:jccorrea@unal.edu.co).

\*Autor para correspondencia: [mvalencia@unal.edu.co](mailto:mvalencia@unal.edu.co)

## INTRODUCCIÓN

La demanda energética en Colombia es una variable importante para los agentes del sector eléctrico con el fin de tomar decisiones acerca del consumo, distribución o abastecimiento y comercialización. Usualmente, dicha demanda se ha caracterizado por tener volatilidad, estacionalidad y algunas dificultades para ser pronosticada con modelos clásicos como: regresión en series temporales, ARIMA, entre otros, que exigen numerosos datos históricos para su estimación (Medina & García, 2005; Rueda *et al.*, 2011). Además, sobre dicha demanda inciden factores como la temporada, clima, temperatura, entre otros aspectos, que en modelos como el ARIMA básico no pueden incorporarse.

La predicción con modelos de Redes Neuronales y los sistemas de inferencia difuso han sido aplicados en el sector energético colombiano, en campos como: sistemas de potencia, fallos, predicción de energía. Los autores (Medina & García 2005) muestran una predicción de la demanda de energía eléctrica, con una Red Neuronal Artificial y con sistemas de inferencia borroso adaptativo ANFIS, con los criterios de comparación: RMSE y MAPE, encontrando este último indicador con un valor de 1% sobre los datos usados para el ajuste, lo que llevó a elegir el modelo de Red Neuronal Artificial, técnica que requiere muchos datos para su procesamiento y que puede resultar algo engorrosa de aplicar. A diferencia de ese trabajo, en este artículo se proponen dos tipos de indicadores: MAPE de ajuste y de pronóstico.

Por otro lado, la estadística Bayesiana no exige numerosos datos históricos; se puede basar en conocimientos a priori o de expertos frente al tema, facilitando la predicción, como se muestra en diferentes trabajos (Herr & Krzysztofowicz, 2010; De Alba & Mendoza, 2007; Andersson, 2007; Pezzulli *et al.*, 2004; Craig *et al.*, 2001; Weinberg *et al.*, 2006; Geweke & Whiteman, 2006; Mol *et al.*, 2008; Neelamegham & Chintagunta, 1999; Duncan *et al.*, 1993), relativos a inferencia predictiva y el modelo dinámico bayesiano. Luego, estos métodos constituyen alternativas de pronóstico a corto plazo, que utilizan información muy reciente, pero que permiten actualizar de forma certera dichas predicciones, como se mostrará en este trabajo, por medio de la descripción del proceso de estimación de modelo dinámico usando el filtro de Kalman (Bolstad, 1986; Harrison & Stevens, 1976).

En este artículo se propone un algoritmo para pronosticar, basado en un modelo lineal dinámico bayesiano con el filtro de Kalman. Se presenta el método y se muestra una aplicación sobre pronóstico de demanda de energía diaria de Colombia, El algoritmo se programó en el lenguaje R (AT&T, 2013).

## MODELAMIENTO BAYESIANO

Las bases bayesianas parten de la definición de una distribución a priori, otra de los datos, que lleva a la construcción de una distribución a posteriori para el modelo; según ésta, los pronósticos están condicionados a los mismos datos y los demás parámetros (Bolstad, 1986; Harrison & Stevens, 1976), pero hay otras herramientas que llevan a la actualización recursiva del pronóstico para cada tiempo  $t$ , en un modelo dinámico (Harrison & West, 1991; Harrison & Stevens, 1976).

El modelo dinámico bayesiano se basa en información a priori de los parámetros de la ecuación de predicción, del sistema; pero, además, la elección de un modelo  $M$  basada en la definición de una distribución también a priori  $\pi(M)$ , que explica una incertidumbre acerca de dicha elección. El propósito es predecir cantidades inciertas de  $Y_t$  con base en el modelo  $M$  elegido, que es el que provee un medio para pronosticar  $Y_t$  a través de la distribución condicional para el modelo, dada la existencia de los datos, que lleva a la función de verosimilitud (Gill, 2002).

El filtro del Kalman se ha aplicado a modelos dinámicos bayesianos para realizar pronósticos (Meinhold & Singpurwalla, 1983; Mandel, 2007; Bolstad, 1986; Duncan et al., 1993), basado en un procedimiento recursivo de actualización de error y valor puntual. Meinhold & Singpurwalla (1983) mencionan aplicaciones de éste para técnicas estadísticas asociadas a modelación de regresión y series de tiempo en general, con el fin de realizar predicciones de corto plazo. Por otro lado, Pedroza (2006), lo utiliza para pronosticar tasas de mortalidad a partir de un modelo dinámico bayesiano, en el cual se actualiza el valor del parámetro con el algoritmo recursivo del filtro de Kalman.

Las estimaciones en el modelamiento bayesiano se establecen a partir de la función a posteriori para los parámetros, que es construida a partir del producto de la verosimilitud observada por la distribución a priori; luego de este proceso se construye una distribución predictiva para el valor a pronosticar; todo este proceso involucra la provisión de información de expertos o conocimiento del comportamiento, así como datos actualizados en el instante de tiempo previo a su estimación.

Las siguientes son notaciones asociadas a términos del proceso de estimación bayesiana, filtro de recurrencia de Kalman y pronósticos para este documento.

- $Y_t$  es el valor de la serie en el tiempo  $t$ .
- La distribución a priori para el parámetro  $\theta$ , se denota como  $\pi(\theta)$  y para el parámetro  $\alpha$ , como  $\pi(\alpha)$ .
- La función de verosimilitud es  $L(\theta|\text{datos})$ .
- La distribución conjunta a posteriori de dos cantidades aleatorias se denota:  $\pi(\theta, \alpha|D)$ . A partir de la distribución conjunta anterior se determina la distribución a posteriori condicional de cada variable, siendo  $D$  la información de los datos, serán: distribución de  $\alpha$  dado un valor de  $\theta$  y  $D$ :  $\pi(\alpha|\theta, D)$  y distribución de  $\theta$  dado un valor de  $\alpha$  y  $D$   $\pi(\theta|\alpha, D)$ .
- Las funciones densidad de los datos se denotan como  $f(Y_t)$ , y nombradas acorde con sus argumentos.
- La distribución a posteriori para el modelo  $M$ , característico del modelo dinámico, dado un conjunto de datos  $D$  será:  $\pi(M|D)$ , proceso que permite variar la distribución a priori de los parámetros.
- Los valores observados de la serie serán  $Y_1, Y_2, Y_3 \dots Y_t$ , los inciertos, a pronosticar serán  $Y_{t+1}, Y_{t+2}, Y_{t+3}$
- La distribución predictiva para pronosticar  $Y_t$ , es  $f(Y_t|D_{t-1})$ ; la definición más ampliada en el trabajo de (Barrera & Correa 2008).
- Los parámetros como variables aleatorias inciertas, pueden denotarse con caracteres griegos.

La simulación para encontrar los parámetros:  $\theta$ ,  $\alpha$ , así como la actualización de la distribución predictiva, se realizan con el proceso de Monte Carlo por Cadenas de Markov (MCMC), que para este trabajo se hace con el muestreador de Gibbs, partiendo de las distribuciones a posteriori condicionales conocidas de los parámetros.

## MONTE CARLO POR CADENAS DE MARKOV

La simulación Monte Carlo genera muestras de la distribución buscada; con esto se puede acercar a la verdadera distribución, en casos en que es imposible realizar cálculos analíticos (Geyer & Thompson, 1995; Andrieu *et al.*, 2003; Gill, 2002; Martin *et al.* 2011; Weinberg *et al.*, 2006; Wang, 2006). Por su parte, los métodos de Cadenas de Markov se caracterizan por tener una estructura de dependencia entre los valores simulados consecutivamente. Los

métodos estándar de Monte Carlo simulan valores independientes a partir de una distribución de probabilidad buscada (Martin et al. 2011). Al unirlos se llega al método de Monte Carlo por Cadenas de Markov (MCMC), que produce una serie de cadenas donde cada valor simulado, en cierto grado tiene una dependencia con el dato anterior (Gill, 2002).

En este trabajo, el proceso que se utiliza para simular la cadena MCMC es el Muestreador de Gibbs, que partirá de las distribuciones condicionales a posteriori, con el fin de simular cada uno, en una cadena estocástica, como se explica a continuación.

## MUESTREADOR DE GIBBS

Esta técnica ha mostrado ser flexible y confiable para generar cadenas de valores; requiere conocimiento de la distribución condicional a posteriori del parámetro, que es el valor buscado en la simulación. Los coeficientes se simulan cuando sus distribuciones están condicionadas en los demás, para que cíclicamente se alcance la verdadera distribución de interés. El muestreador de Gibbs se crea a partir de una serie de distribuciones condicionales en un esquema Markoviano, precisamente, distribuciones a posteriori condicionales. Si la distribución límite de interés es  $\pi(\theta)$ , donde  $\theta$  es un vector  $k$  dimensional de coeficientes a estimar, entonces el objetivo es producir una cadena de Markov que genere ciclos alrededor de estas condicionales y que converja a dicha distribución.

Proceso del Muestreador (Gill, 2002):

$$\theta^{[0]} = [\theta_1^{[0]}, \theta_2^{[0]}, \dots, \theta_k^{[0]}] \quad (1)$$

1. Elegir valores iniciales:
2. En la  $j$  ésima iteración, el ciclo se completa generando valores de las  $k$  distribuciones dadas por:

$$\begin{aligned} \theta_1^{[j]} &\sim \pi[\theta_1 | \theta_2^{[j-1]}, \theta_3^{[j-1]}, \dots, \theta_{k-1}^{[j-1]}, \theta_k^{[j-1]}] \\ \theta_2^{[j]} &\sim \pi[\theta_2 | \theta_1^{[j]}, \theta_3^{[j-1]}, \dots, \theta_{k-1}^{[j-1]}, \theta_k^{[j-1]}] \\ &\dots \\ \theta_k^{[j]} &\sim \pi[\theta_k | \theta_1^{[j]}, \theta_2^{[j]}, \theta_3^{[j]}, \dots, \theta_{k-1}^{[j]}] \end{aligned} \quad (2)$$

Se incrementa  $j$  hasta la convergencia de la distribución a posteriori.

Con estas iteraciones se llega a la convergencia de la distribución de probabilidad del parámetro. En este trabajo, este muestreador se usa para actualizar los parámetros del modelo de pronósticos, dentro de la actualización recursiva del filtro de Kalman que se presenta posteriormente.

## MODELOS DINÁMICOS BAYESIANOS

El término dinámico se debe a los cambios dados en los procesos en la medida que pasa el tiempo; esto se aprecia en los parámetros que modifican para cada tiempo  $t$  el valor de respuesta y el error. El modelo más conocido es el modelo lineal dinámico (DLM) normal, que involucra esta distribución en las funciones a priori, verosimilitud y, por tanto, a posteriori (Harrison & Stevens, 1976; Harrison & West, 1991 ; Pedroza, 2006). A medida que el tiempo evoluciona, la información relevante se recibe, revisa y actualiza continuamente. Esto indica que los nuevos pronósticos estarán condicionados en dicha información actualizada.

Suponga que en un tiempo inicial  $t=0$ , se presenta información denotada como el conjunto de información disponible:  $Do$ . Hacia adelante ( $t>0$ ), el objetivo es calcular la distribución de pronóstico para  $(Y_t|Do)$ . Similarmente, en el tiempo  $t$ , se establecen pronósticos condicionados a la información existente para ese tiempo.

Conjunto de información para el tiempo  $t$ :  $D_t=\{Y_t, D_{t-1}\}$ , esto sugiere que las cantidades aleatorias en el tiempo  $t$  se basan en la información contenida en  $D_t$ , en particular el pronóstico en un tiempo  $s>t$  implica conocer la distribución de  $Y_s|D_t$ . A medida que el tiempo pasa, evoluciona la información existente para el pronóstico. Un proceso similar, incorporando el filtro de Kalman para la generación de valores con el muestreador de Gibbs y uso de la función predictiva, lo realiza (Pedroza, 2006) para pronosticar una tasa de mortalidad.

Los parámetros involucrados en el modelo se denotarán por  $\theta_t$ .

### **Elección del modelo M**

Para el modelo lineal dinámico, el modelo M (Harrison & Stevens, 1976) se hace con una distribución de probabilidad a priori  $\pi(M)$  que se agrega al producto de la a posteriori inicial. Esto permite la elección de diferentes distribuciones a priori posibles.

Esto conduce a que pueda elegirse una distribución a priori para el modelo M para cada tiempo  $t$ .

Este proceso se construyó así:

- Definir una distribución a priori Dirichlet con parámetros  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ , para la probabilidad de elección; una verosimilitud multinomial con parámetros:  $N = (n_1, n_2, \dots, n_n)$  para los datos. El producto de ésta a priori con la verosimilitud permite estimar una a posteriori de la forma Dirichlet, con  $\omega = (\omega_1 + n_1, \omega_2 + n_2, \dots, \omega_n + n_n)$ .
- Simular un valor de esta distribución a posteriori, que está entre 0 y 1.
- Elegir de un modelo dinámico de los  $n$  posibles, con una comparación de una variable aleatoria uniforme entre 0 y 1 con la Dirichlet simulada. Si el valor generado se aproxima, se elige la distribución a priori para el parámetro:  $\theta_t$ .

Para este trabajo se eligieron 4 distribuciones normales a priori para el parámetro  $\theta_t$  y una uniforme. La distribución a posteriori sigue siendo normal en cualquiera de los casos aquí mencionados.

### **Modelo Lineal Dinámico propuesto**

En los procesos de estimación de los modelos dinámicos, el filtro de Kalman juega un papel importante para actualizar los valores de la distribución a posteriori utilizadas, usando una mínima varianza. Meinhold & Singpurwalla (1983) explican la forma de actualizar el parámetro  $\theta_t$  de forma recursiva usando la función a posteriori normal, que, a su vez, actualiza la ecuación de observación, generando un nuevo error y convirtiendo el proceso en un ciclo que se renueva continuamente.

Los datos se asumen con una distribución normal, cuyos parámetros son la media y la varianza. El parámetro de la media tiene una distribución a priori que varía en cada tiempo  $t$ , acorde con el proceso descrito en la sección anterior del modelo M. El parámetro de la varianza tiene como a priori la Uniforme en todo el proceso; sin embargo, ésta es actualizada con el filtro de Kalman, como se explica a continuación.

Los pasos del proceso de aplicación y actualización recursiva del filtro de Kalman fueron incorporados en un algoritmo diseñado en el programa R, cuyos pasos pueden resumirse así:

- Iniciar con un valor de  $\theta_0$ .
- Generar:  $\theta_t$ , con distribución a priori normal con media  $\mu = G_t \ddot{\theta}_{t-1}$
- Estimar los valores:

$$\text{Media: } \ddot{\theta}_t = G_t \ddot{\theta}_{t-1} + R_t F'_t (V_t + F_t R_t F'_t)^{-1} e_t \quad (3)$$

$$\text{Varianza: } \Sigma_t = R_t - R_t F'_t (V_t + F_t R_t F'_t)^{-1} F_t R_t \quad (4)$$

- Actualizar la función a posteriori de  $(\theta_t | Y_{t-1}) \sim N(\ddot{\theta}_{t-1}, \Sigma_{t-1})$ , donde los valores de las ecuaciones (3) y (4) son los insumos de la función a posteriori normal de  $\theta_{t-1}$  (Meinhold & Singpurwalla 1983).
  - En este paso es necesario usar un procedimiento para elegir el modelo M con que se define la distribución a posteriori del parámetro, que se describe en la anterior sección.

$$\text{Estimar ecuación del sistema: } \theta_t = G_t \theta_{t-1} + w_t \quad (5)$$

Se usa el valor  $\theta_{t-1}$  obtenido a partir de la simulación basada en la distribución a posteriori anterior.

$$\text{Estimar ecuación de observación: } \ddot{Y}_t = F_t G_t \ddot{\theta}_{t-1} + u_t \quad (6)$$

- Predecir  $\ddot{Y}_p$  usando la distribución predictiva bayesiana Normal para pronosticar, con la  $\ddot{Y}_t$  y la varianza R,
- Estimar el error  $e_t = Y_o - \ddot{Y}_p$  y se reinicia el ciclo.

## RESULTADOS

En esta sección se mostrará la aplicación del algoritmo diseñado para estimar el modelo lineal dinámico con base en el filtro de Kalman a los datos de demanda de energía de Colombia en miles de KW diarios, usando sólo 15 días del mes de diciembre del año 2012, proporcionados por la firma XM, expertos en mercado, una filial de ISA, dando una primer descripción de la serie y, luego, mostrando el pronóstico realizado, a partir del algoritmo que se diseñó para ilustrar el proceso, en el software R (AT&T, 2013).

### Descripción de serie de datos

En la figura 1 se aprecia el comportamiento de la demanda de energía del país de 15 días, tiempo muy corto para caracterizarla adecuadamente. Se observa más alto los primeros días de la semana y más bajo hacia el fin de semana. Esto muestra un aparente efecto de las actividades de trabajo/descanso en la semana. Es por ello que el día será tomado en cuenta como posible efecto del comportamiento de esta demanda.

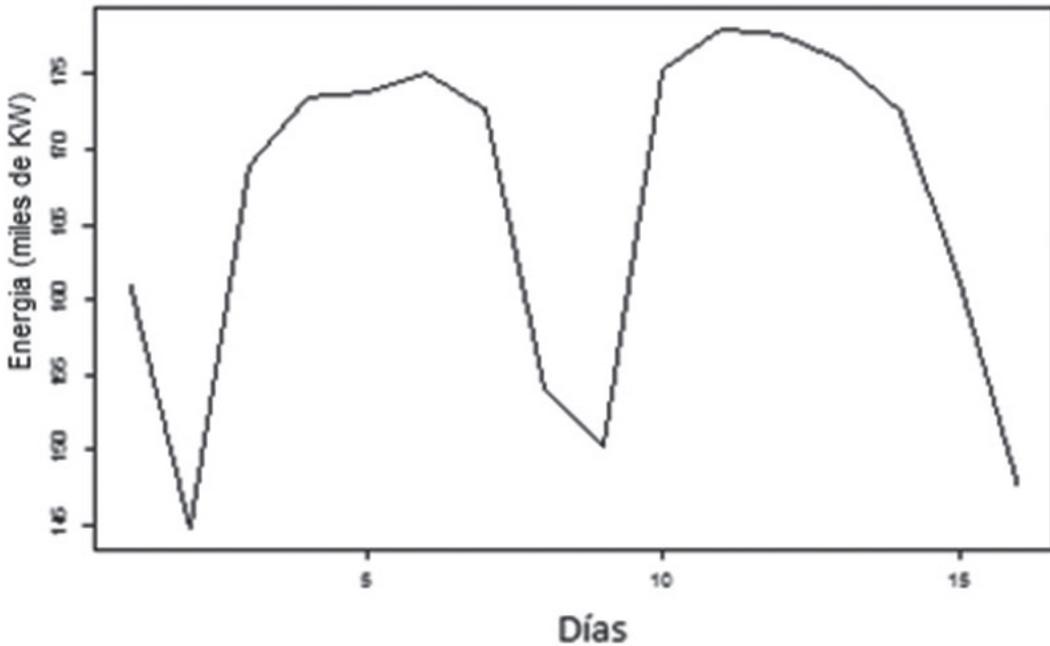


Figura 1. Valor de la energía diaria por día (miles de KW).

### Pronósticos aplicando filtro de Kalman

El modelo dinámico diseñado para este trabajo, como se explicó previamente, parte de la elección de un peso, acorde con la información a priori del cambio generado por los días de la semana, acorde con el cual se elige la distribución del parámetro; con éste se calcula la media de la distribución a posteriori final, y se renueva el parámetro, la varianza y el error en el tiempo  $t$ . Con este insumo se renueva la función predictiva con la que se calcula finalmente el pronóstico.

En la tabla 1 se aprecia la predicción de la energía de 16 días del mes de diciembre. El error medio absoluto, MAPE estimado con datos del ajuste es de 3,87% y el MAPE de pronóstico es 2,6%, mostrando una eficiencia muy alta en dicha predicción.

**Tabla 1.** Pronóstico de la energía del país.

Día	Energía Real	Pronóstico	Error relativo	Fecha	Mape
MAPE DE AJUSTE					
Domingo	144726,6	144700	0,02%	01/12/2012	3,87%
Lunes	168879,4	169380	0,30%	02/12/2012	
Martes	173531,8	164590	5,15%	03/12/2012	
Miércoles	173777,5	166940	3,93%	04/12/2012	
Jueves	175067,3	170370	2,68%	05/12/2012	
Viernes	172670,5	169490	1,84%	06/12/2012	
Sábado	154077,1	171000	10,98%	07/12/2012	
Domingo	150221	169950	13,13%	08/12/2012	
Lunes	175324,6	168830	3,70%	09/12/2012	
Martes	178027,1	170960	3,97%	10/12/2012	
Miércoles	177615,3	173140	2,52%	11/12/2012	
Jueves	175936,5	172350	2,04%	12/12/2012	
Viernes	172584	171930	0,38%	13/12/2012	
Sábado	161338	170520	5,69%	14/12/2012	
Domingo	147594,6	150000	1,63%	15/12/2012	
MAPE DE PRONÓSTICO					
Lunes	169756,9	166970	1,64%	16/12/2012	2,62%
Martes	170427,4	168090	1,37%	17/12/2012	
Miércoles	173748,5	168190	3,20%	18/12/2012	
Jueves	173399,1	167400	3,46%	19/12/2012	
Viernes	170600,5	167780	1,65%	20/12/2012	
Sábado	160288,9	167380	4,42%	21/12/2012	

El error relativo del pronóstico de KW es muy bueno para algunos días, alcanzando un error máximo de 4.42% para la segunda fase (datos futuros)

#### CONCLUSIONES

En este trabajo se muestra el diseño de un algoritmo de un modelo dinámico bayesiano con el estimador del filtro de Kalman, procedimiento versátil, con el que se alcanzan pronósticos realistas sin requerir un enorme conjunto de datos históricos, encontrando una alternativa atractiva para estos casos particulares.

El diseño de este algoritmo es muy aplicable en casos del sector industrial, en que no se cuente con muchos datos de ventas, o, incluso, cuando se requiera lanzar la venta de nuevos productos.

## DISCUSIÓN

En general, las estrategias de estimación bayesiana, usando variaciones sobre diferentes clases de distribuciones de probabilidad a priori, ofrecen ventajas en cuanto a la obtención de pronósticos de corto plazo, sin requerir grandes grupos de datos.

La aplicación al pronóstico de demanda de energía diaria de Colombia mostró un acierto inferior al 3% en MAPE de pronóstico, a diferencia de otros trabajos que sólo muestran un MAPE de ajuste, de un 1% como el de Medina & García (2005), y no usan MAPE de pronóstico.

El algoritmo de este trabajo fue diseñado para que permita cambiar las distribuciones de probabilidad a priori de manera flexible, lo cual podrá generar una continuación de esta investigación variando las distribuciones de probabilidad a priori y establecer comparaciones de eficiencia.

## REFERENCIAS

ANDERSSON, Michael., and KARLSON, Sune. Bayesian forecast combination for VAR models. Sveriges Risk banc-working paper series. [en línea]. 2007, p. 1–17. [Consultado en agosto, 2013]. Disponible en internet: [http://www.riksbank.se/Upload/Dokument\\_riksbank/Kat\\_publicerat/WorkingPapers/2007/wp216.pdf](http://www.riksbank.se/Upload/Dokument_riksbank/Kat_publicerat/WorkingPapers/2007/wp216.pdf).

ANDRIEU, Christophe., *et al.* An Introduction to MCMC for machine learning. Machine learning [en línea]. 2003, vol. 50, p. 5–43. [Consultado en Octubre, 2013]. Disponible en internet: <http://link.springer.com/article/10.1023/A:1020281327116>

AT&T. The R Project for Statistical Computing [en línea]. Institute for Statistics and Mathematics. 2013. [Consultado en agosto, 2013]. Disponible en internet: <http://www.r-project.org/foundation/>

BARRERA, Carlos Javier., and CORREA, Juan Carlos. Distribución predictiva bayesiana para modelos de pruebas de vida vía MCMC. Revista Colombiana de Estadística, 2008, vol. 31, no 2, p. 145-155.

BOLSTAD, William. Harrison-Stevens Forecasting and the Multiprocess Dynamic Linear Model. The American Statistician, 1986, vol. 40, no. 2, p. 129–135.

CRAIG, Peter, *et al.* Bayesian forecasting for complex systems using computer simulators. Journal of the American Statistical Association, Jun 2001, vol. 96, no 454, p.717-729.

DE ALBA, Enrique., and MENDOZA, Manuel. Bayesian forecasting methods for short time series. The International Journal of Applied Forecasting. International Institute of Forecasters, Diciembre, 2007, p. 1–10.

DUNCAN, George, GORR, Wilpen., and SZCZYPULA, Janusz. Bayesian Unrelated Time Forecasting Series: for Seemingly to Local Forecasting Application Government Revenue. Management science, 1993, vol. 39, no 3, p. 275–293.

GEWEKE, John., and WHITEMAN, Charles. Handbook of economicForecast [en ligne]. Graham Ell. [Consultado en enero, 2014]. ISBN 978-0-444-62732-2. Disponible en : <http://www.sciencedirect.com/science/handbooks/15740706>.

GEYER, Charles., and THOMPSON, Elizabeth. Annealing Markov Chain Monte Carlo with applications to ancestral inference. Journal of the American Statistical Association [En línea]. 1995, vol. 90, no. 431, p. 909–920. [Consultado en octubre, 2013]. Disponible en internet: <http://amstat.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01621459.1995.10476590>.

GILL, Jeff. Bayesian Methods-A social and Behavioral Sciences Approach, 2002. ISBN 978-1584885627.

HARRISON, Jeff., and STEVENS, C. Bayesian Forecasting. Journal of the Royal Statistical Society, 1976. vol. 38, no. 3, p. 205–247.

HARRISON, Jeff., and WEST, Mike. Dynamic Linear Model Diagnostics. Biometrika, 1991, vol. 78, no. 4, p. 797–808.

HERR, Henry., and KRZYSZTOFOWICZ, Roman. Bayesian ensemble forecast of river stages and ensemble size requirements. Journal of Hydrology, June 2010, vol. 387, no. 3-4, p. 151-164. ISSN 0022-1694. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.02.024>

MANDEL, Jan. A Brief Tutorial on the Ensemble Kalman Filter. [en línea]. 2009. n° January, p. 1–7. [Consultado en Agosto, 2013]. Disponible en internet: <http://arxiv.org/pdf/0901.3725.pdf>.

MARTIN, Andrew, QUINN, Kevin., and PARK, Jong Hee. MCMCpack: MarkovChain Monte Carlo. R. Journal of Statistical Software [en línea], 2011, vol. 42, no. 9, p. 1–21. [Consultado en diciembre, 2013]. Disponible en internet: <https://www.law.berkeley.edu/files/jstatsoftMCMCpack.pdf>

MEDINA, S., and GARCÍA, J. Predicción de demanda de energía en Colombia mediante un sistema de inferencia difuso neuronal. Energética, Julio 2005, no. 33. p. 15–24.

MEINHOLD, Richard J., and SINGPURWALLA, Nozer D. Understanding the Kalman Filter. The American Statistician, 1983, vol. 37, no. 2, p. 123–127.

MOL, Christine De., GIANNONE, Domenico., and REICHLIN, Lucrezia. Forecasting using a large number of predictors: Is Bayesian shrinkage a valid alternative to principal components?, Journal of Econometrics [en línea], 2008, vol. 146, no. 2, p. 318–328. [Consultado en enero, 2014]. Disponible en internet: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304407608001103>.

NEELAMEGHAM, Ramya., and CHINTAGUNTA, Pradeep. A Bayesian model to forecast new product performance in domestic and international markets. Marketing Science [en línea], 1999, vol. 18, no. 2, p. 115–136. [Consultado en Diciembre, 2013]. Disponible en internet : <http://bear.warrington.ufl.edu/centers/mks/articles/684541.pdf>

PEDROZA, Claudia. A Bayesian forecasting model: predicting U.S. male mortality. Biostatistics, October 2006, vol. 7, no. 4, p. 530–550.

PEZZULLI, Sergio., *et al.* The seasonal forecast of electricity demand: a simple Bayesian model with climatological weather generator. [en línea], Octubre 2004, p. 1–16. [Consultado en agosto, 2013]. Disponible en internet: <http://empslocal.ex.ac.uk/people/staff/dbs202/publications/2005/pezzullib.pdf>

RUEDA, Viviana, VELÁSQUEZ, Juan David., and FRANCO, Carlos. Avances recientes en la predicción de la demanda de electricidad usando modelos no lineales. Revista DYNA, 2011, vol. 78, no. 167, p. 36–43.

WANG, Shuchun. Exponential Smoothing for Forecasting and Bayesian Validation of Computer Models. A Thesis presented In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy. Industrial and Systems Engineering. Georgia Institute of Technology, 2006.

WEINBERG, Jonathan., *et al.* Bayesian Forecasting of an Inhomogeneous Poisson Process with Applications to Call Center Data. [en línea], Junio 2006, p. 1–27. [Consultado en enero, 2014]. Disponible en: [http://www-stat.wharton.upenn.edu/~lbrown/Papers/2007a%20Bayesian%20forecasting%20of%20an%20inhomogeneous%20Poisson%20process,%20with%20applications%20to%20call%20center%20data.%20\(with%20J.%20Stroud%20and%20J.%20Weinberg\).pdf](http://www-stat.wharton.upenn.edu/~lbrown/Papers/2007a%20Bayesian%20forecasting%20of%20an%20inhomogeneous%20Poisson%20process,%20with%20applications%20to%20call%20center%20data.%20(with%20J.%20Stroud%20and%20J.%20Weinberg).pdf)

